

Geometria descrittiva dinamica

Indagine insiemistica sulla doppia proiezione ortogonale di Monge

Questo learning object introduce e presenta una delle leggi fondamentali della Geometria descrittiva:

LA PERPENDICOLARITA' O ORTOGONALITA'

Mediante questa legge si studiano e definiscono i rapporti geometrici di **perpendicolarità o ortogonalità** (esistenti o non) tra gli enti fondamentali della rappresentazione descrittiva di un solido, di un oggetto o di un progetto di qualsiasi natura descritto mediante la doppia proiezione ortogonale di Monge.

La conoscenza di questa legge ci permette di definire la presenza o meno di rapporti di perpendicolarità tra gli enti geometrici di un solido, di un oggetto, di un progetto inteso come attualizzazione del futuro, prima che esso si concretizzi. Pertanto è una legge geometrica di primaria importanza per tutti quelli che operano in senso progettuale e manipolano mentalmente gli enti geometrici che articolandosi nello spazio danno vita a forme finalizzate a definire e modellare lo spazio .

La condizione di perpendicolarità Considerazioni generali e introduttive (1)

Stabilire condizioni, in generale, vuol dire definire e fissare alcune norme da rispettare e/o imporre in un dato campo dell'operare.

Le condizioni possono essere di varia natura ed interessare vari e diversi aspetti del nostro fare. Ad esempio si dirà: lo studente sarà promosso a condizione che si applichi nello studio. Il voto sarà sufficiente a condizione che il compito non presenti errori gravi. Il regalo ci sarà a condizione che tu sia promosso, ecc. ecc.

Le condizioni geometriche, in particolare, definiscono e rappresentano leggi in base alle quali verificare, nella decodifica grafica degli elaborati, la presenza o meno di determinati legami geometrico-descrittivi, oppure impostare, la fase elaborativa di una rappresentazione grafica in modo tale da vincolare gli elementi geometrici, della stessa, al rispetto delle specifiche leggi descrittive codificate

Pertanto le condizioni geometriche possono avere natura e scopi duplici, possono essere:

applicative e quindi impositive

oppure

di verifica e quindi esplicative

La condizione di perpendicolarità

Considerazioni generali e introduttive (2)

SONO CONDIZIONI
DI VERIFICA O ESPLICATIVE

SONO
CONDIZIONI
APPLICATIVE
O
IMPOSITIVE

Sono applicative quando nella risoluzione dei problemi descrittivi, la condizione viene imposta come ad esempio:

- definire due rette parallele tra loro,
- definire un punto appartenente ad una retta,
- definire due rette perpendicolari,
- ecc. ecc..

Sono invece di verifica quando dalla lettura grafica si riscontra l'esplicitazione di particolari rapporti grafico-descrittivi tra gli elementi geometrici, come ad esempio:

- se le proiezioni di due rette sono parallele tra loro, vuol dire che le rette reali sono tali,
- se la proiezione di una retta si presenta ortogonale alle tracce di un piano, vuol significare l'esistenza di un rapporto di perpendicolarità tra i due elementi geometrici,
- se per le proiezioni di un punto passano le proiezioni di due rette distinte, significa che siamo in presenza di due rette incidenti,
- ecc. ecc..

La condizione di perpendicolarità Considerazioni generali e introduttive (3)

Queste leggi, essendo riferite agli elementi geometrici fondamentali: **punto, retta, piano**, possono essere, tranquillamente, applicate o ricercate, per estensione dei concetti, sia alle figure piane che alle forme solide comunque posizionate nello spazio e quindi nei diedri rappresentativi di questo.

Le condizioni geometriche sono tre, ed in particolare:

1

Condizioni di appartenenza il cui simbolo è: \in , e le biunivoche leggi della contenenza o inclusione il cui simbolo è: \subset
esse sono trattate nella relativa presentazione a questo indirizzo:

Appartenenza o contenenza

2

Condizioni di parallelismo, avente come simbolo \parallel .

Questa legge è stata trattata nella relativa presentazione rintracciabile a questo indirizzo:

Parallelismo

3

Condizioni di perpendicolarità o ortogonalità, il cui simbolo è: \perp .

Che saranno sviluppate in questa ricerca mediante una trattazione per parti o learning objects

La condizione di perpendicolarità Considerazioni generali e introduttive (4)

Le condizioni di perpendicolarità definiscono le leggi descrittive del relativo concetto geometrico che analizziamo in questo fascicolo. Poiché le leggi della perpendicolarità vanno riferite agli elementi geometrico-rappresentativi degli enti fondamentali, ricordiamo, anzitutto, la seguente Tabella -A- riassuntiva degli elementi fondamentali e delle rispettive caratteristiche geometriche e fisiche degli elementi rappresentativi e descrittivi.

Tabella A-Quadro sinottico degli elementi rappresentativi degli enti fondamentali Punto, Retta, Piano

Ente o elemento geometrico	Didascalia ente	Didascalia elemento rappresentativo	Nomenclatura elemento rappresentativo	Caratterizzazione geometrica elemento rappresentativo	Caratterizzazione fisica elemento rappresentativo
Punto	P	P'	1 ^a proiezione o 1 ^a immagine	Punto	Virtuale
		P''	2 ^a proiezione o 2 ^a immagine	Punto	Virtuale
Retta	r	T_{1r}	1 ^a traccia	Punto	Reale
		T_{2r}	2 ^a traccia	Punto	Reale
		r'	1 ^a proiezione o 1 ^a immagine	Retta	Virtuale
		r''	2 ^a proiezione o 2 ^a immagine	Retta	Virtuale
Piano	π	$t_{1\pi}$	1 ^a traccia	Retta	Reale
		$t_{2\pi}$	2 ^a traccia	Retta	Reale

Caratteri e definizioni geometriche della perpendicolarità (1)

La perpendicolarità o ortogonalità è, anch'essa, una **condizione geometrica** elementare mediante la quale si imposta e/o si verifica l'esistenza grafica di una determinata relazione geometrica **concreta, definita, continua e costante** tra due e/o più elementi geometrici diversi (rette e piani) o uguali (due o più rette; due o più piani)

Le definizioni classiche (provenienti dalla geometria Euclidea) della perpendicolarità tra i diversi elementi geometrici come sopra enunciati, considerati in forma statica e definita, vengono espresse come di seguito.

a. Perpendicolarità tra retta e piano : $r \perp \alpha$

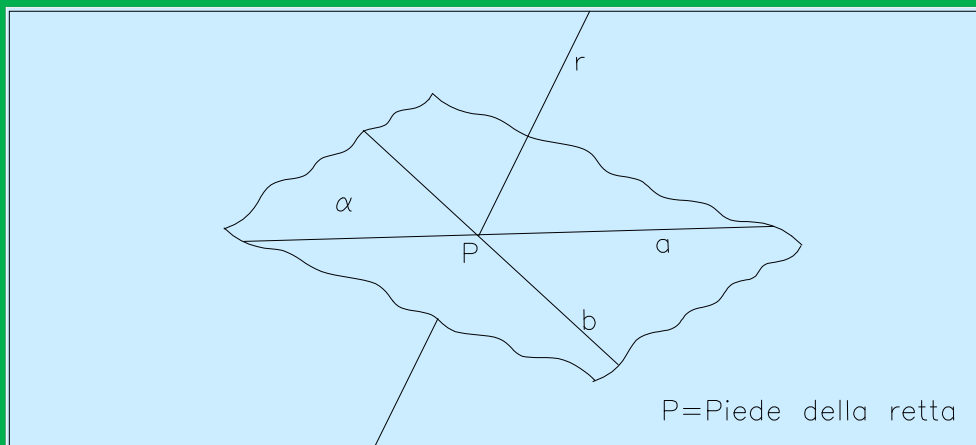


Fig.01 Perpendicolarità tra retta e piano

Una retta (Fig.01) è perpendicolare ad un piano se, e solo se, la stessa è perpendicolare al fascio di rette (minimo due rette non coincidenti) appartenente al piano e passante per il piede P della retta stessa. Dicesi, anche, che la retta è normale o ortogonale al piano. Reciprocamente, il piano, sarà perpendicolare o normale o ortogonale alla retta.

Caratteri e definizioni geometriche della perpendicolarità (2)

b. Perpendicolarità tra due rette : $r \perp s$

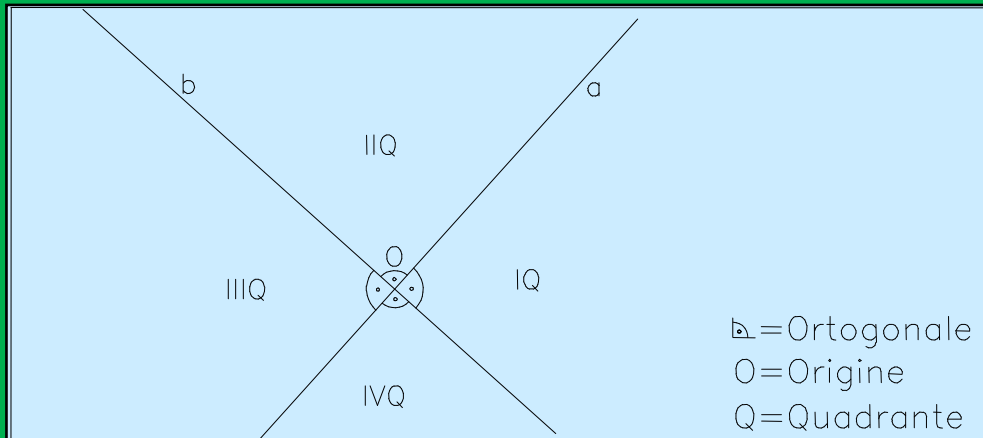


Fig.02 Perpendicolarità tra due rette

Due rette (Fig.02) sono tra loro perpendicolari se intersecandosi generano quattro angoli piani uguali. Detti angoli assumono il nome di quadranti e vengono indicati, in modo sintetico come di seguito IQ, IIQ, IIIQ, IVQ. Pertanto dicesi quadrante un angolo piano di ampiezza pari a 90° , quindi un angolo retto.

c. Perpendicolarità tra due piani : $\alpha \perp \beta$

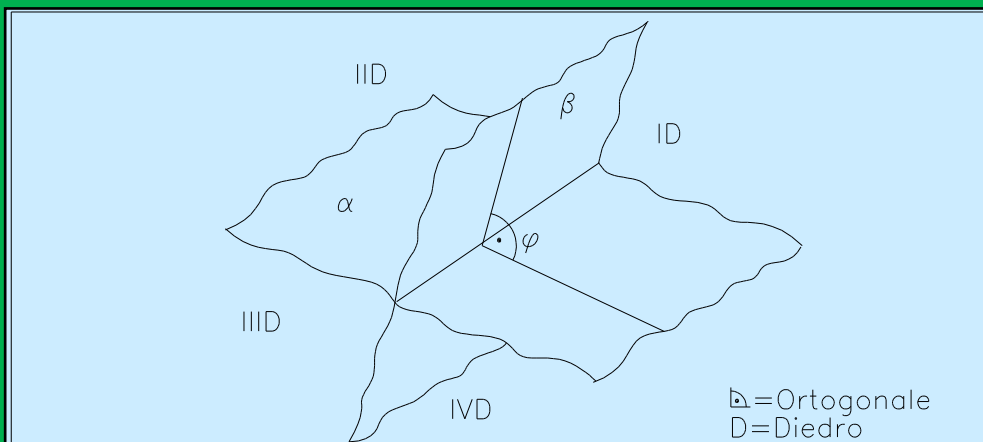


Fig.03 Perpendicolarità tra piano e piano

Due piani (Fig.03) si dicono perpendicolari se intersecandosi generano quattro angoli solidi uguali. Detti angoli assumono il nome di diedri retti e vengono indicati, in forma sintetica con ID, IID, IIID, IVD. Pertanto dicesi diedro un angolo solido con ampiezza di 90° . Con riferimento al disegno si individuano i seguenti elementi: α, β = superfici piane, φ = angolo solido.

Caratteri e definizioni geometriche della perpendicolarità (3)

Esprimendo la condizione di perpendicolarità un rapporto geometrico descrittivo, concreto, definito continuo e costante, esso non può essere riferito al punto, in quanto lo stesso, per definizione, viene qualificato come "ente geometrico adimensionale" e quindi privo di qualsiasi consistenza fisica che possa porlo in rapporto fisico-descrittivo con se stesso e/o con gli altri elementi geometrici principali quali retta e piano.

Escludendo, quindi, il punto, le condizioni geometriche dell'ortogonalità o perpendicolarità possono essere impostate e/o verificate solamente con riferimento alla retta ed al piano.

Pertanto si possono riscontrare i seguenti casi

Perpendicolarità tra elementi
geometrici uguali

$r \perp s$ - perpendicolarità tra rette

$\alpha \perp \beta$ - perpendicolarità tra piani

Perpendicolarità tra elementi
geometrici diversi

$r \perp \alpha$ - perpendicolarità tra rette
e piani

Nelle pagine seguenti saranno definite, in modo specifico, le leggi del parallelismo secondo i punti esposti sopra.

Per maggiore completezza ed approfondimento degli argomenti si può consultare il seguente sito

<http://www.webalice.it/eliofragassi>