Geometria descrittiva dinamica

Indagine insiemistica sulla doppia proiezione ortogonale di Monge

Con questo learning object si indaga e approfondisce la relazione geometrico-descrittiva della legge di perpendicolarità o ortogonalità tra gli elementi geometrici diversi, cioè la legge di

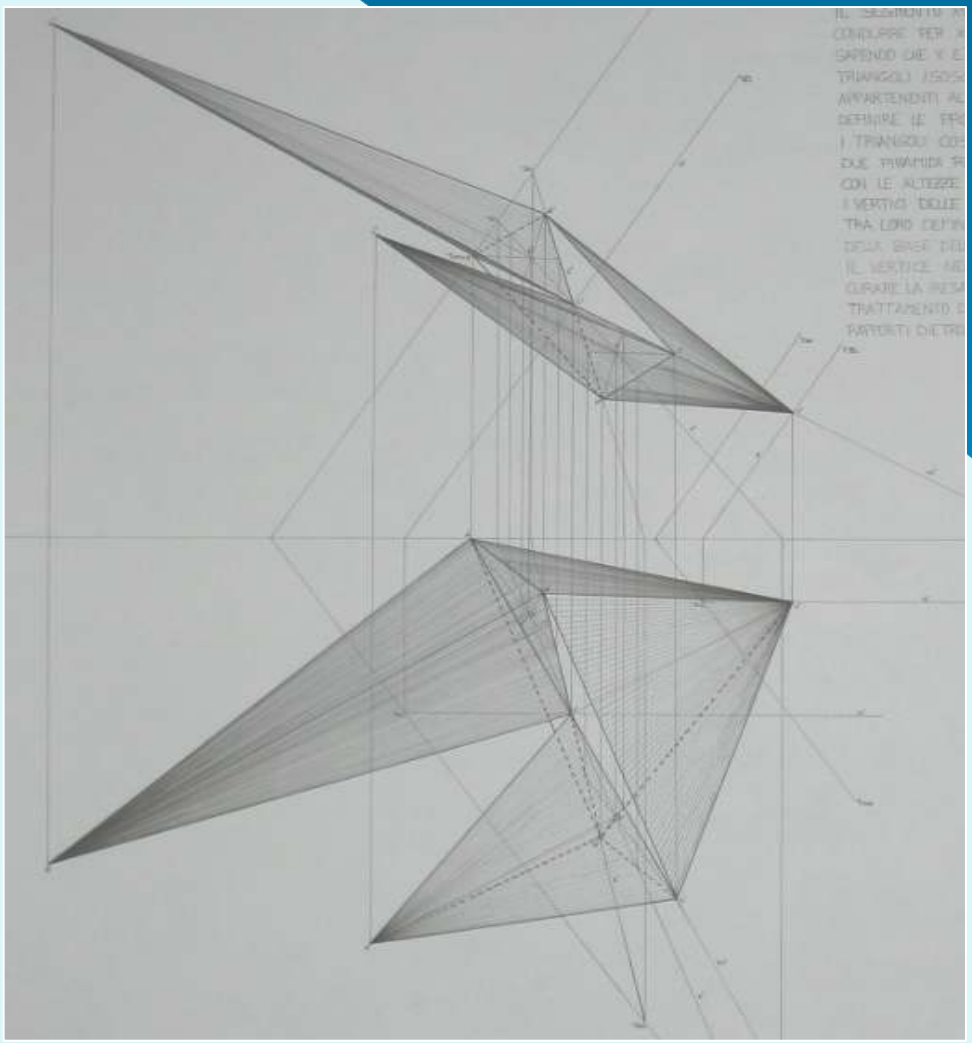
PERPENDICOLARITA' TRA RETTA E PIANO

Con questa ricerca si studiano e definiscono i rapporti ed i legami geometrico-descrittivi (esistenti o non) con riferimento all'aspetto insiemistico tra due enti elementari della geometria: la retta e il piano. Il metodo descrittivo di riferimento è costituito dalla doppia proiezione ortogonale di Monge

La conoscenza di questa legge ci permette di definire la presenza o meno di rapporti di perpendicolarità tra gli enti geometrici di un solido, di un oggetto, di un progetto inteso come attualizzazione del futuro, prima che esso si concretizzi. Pertanto è una legge geometrica di primaria importanza per tutti quelli che operano in senso progettuale e manipolano mentalmente gli enti geometrici che articolandosi nello spazio danno vita a forme finalizzate a definire e modellare lo spazio .

Geometria descrittiva dinamica

Indagine insiemistica sulla doppia proiezione ortogonale di Monge



LE LEGGI GEOMETRICHE

PERPENDICOLARITA' O ORTOGONALITA' TRA RETTA E PIANO

Il disegno è stato eseguito nell'a. s. 2008/2009
da **Greta Vicentini** della classe 2°E
del **Liceo artistico "G. Misticoni"** di Pescara
per la materia :"**Discipline geometriche**"
Insegnante: Prof. Elio Fragassi

La revisione delle formalizzazioni è stata curata dalla dott.ssa **Gabriella Mostacci**

Il materiale può essere riprodotto citando la fonte

Autore Prof. Elio Fragassi

PERPENDICOLARITA' TRA ELEMENTI GEOMETRICI DIVERSI

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA

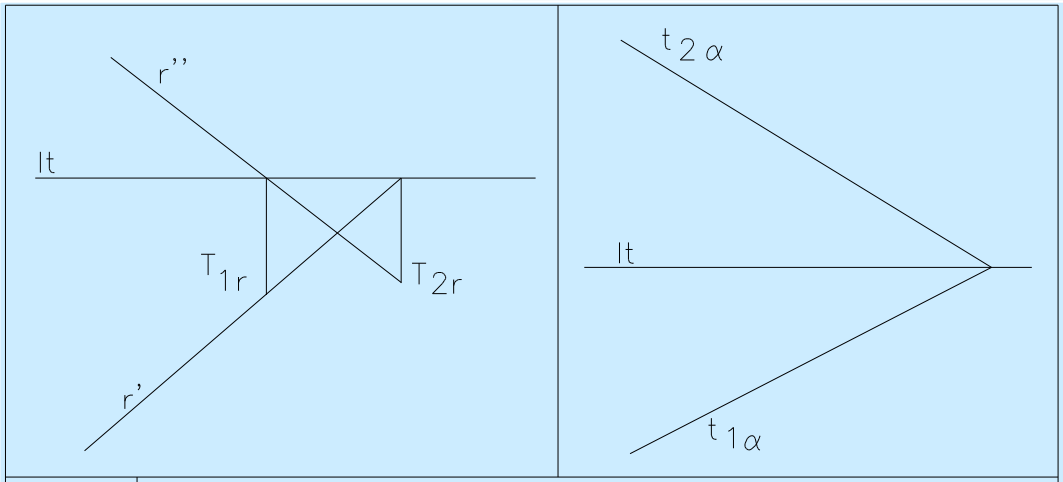


Fig.04 Gli elementi rappresentativi della retta e del piano

Ricordando gli specifici elementi geometrici, descrittivi e rappresentativi, come caratterizzati nella tabellina riassuntiva -definita nella presentazione n°1- specifica ed escludendo il punto - per quanto detto nella presentazione della legge- resta stabilito che per definire la perpendicolarità o ortogonalità tra una retta ed un piano, necessita definire lo specifico rapporto fisico-descrittivo tra le "**proiezioni**" della retta, che si trasformano, nella rappresentazione in rette e le "**tracce**" del piano che si caratterizzano anch'esse, geometricamente come rette, così come evidenziato nel disegno di figura 04.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (2)

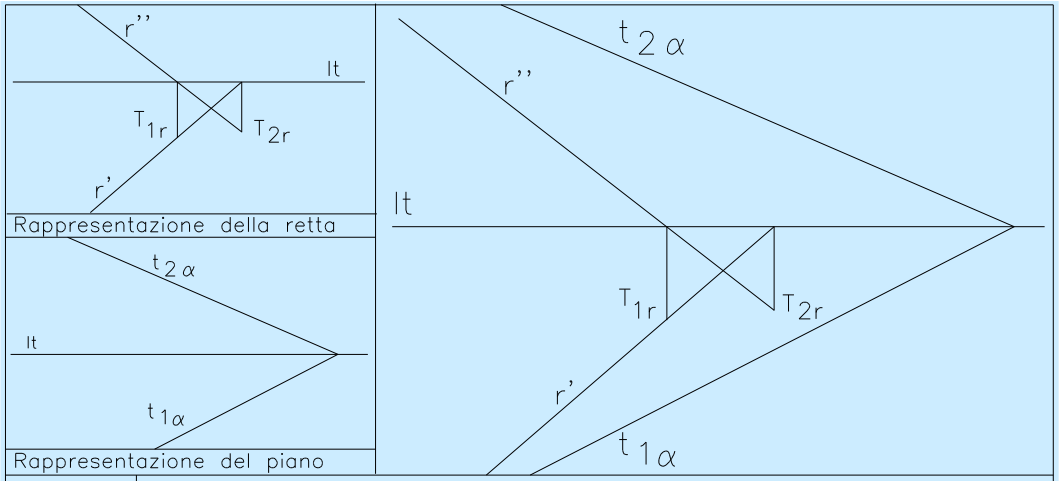


Fig.05 Verifica della perpendicolarità tra retta e piano (1 caso)

Pertanto le manipolazioni grafiche necessarie, sia per verificare (Fig.05) che per imporre la condizione, devono essere riferite alle "**tracce del piano**" ed alle "**proiezioni della retta**" sovrapponendo le due immagini ed avendo cura di far coincidere la lt della rappresentazione della retta con la lt della rappresentazione del piano,(si ricorda che la lt è l'origine dei diedri ed il luogo geometrico dei punti uniti) come nella figura 05.

Dalla lettura grafica delle due rappresentazioni si deduce quanto di seguito:

La proiezione r' è obliqua alla traccia $t_{1\alpha}$.

La proiezione r'' è obliqua alla traccia $t_{2\alpha}$.

Dal che possiamo dedurre che la retta reale r è obliqua al piano reale α.

Ciò può essere espresso sinteticamente come di seguito.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (3)

$r' \angle t_{1\alpha}$

$r \angle \alpha$

$r'' \angle t_{2\alpha}$

dove $r' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P'} \right\} \angle t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{1r} \right\}$

dove $r'' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P''} \right\} \angle t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{2r} \right\}$

Poiché il rapporto di obliquità è un rapporto

concreto

variabile

non definito

non costante

tra gli elementi in discussione, possiamo arguire che la retta e il piano non sono in rapporto di ortogonalità in quanto gli angoli tra gli elementi geometrici rappresentativi sui medesimi semipiani del diedro non sono retti ma qualunque, quindi variabili. Dato il rapporto di variabilità tra gli elementi geometrici, si arguisce che gli stessi non sono in rapporto di ortogonalità.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (4)

Oltre quanto sopra, può verificarsi quanto alla figura 06

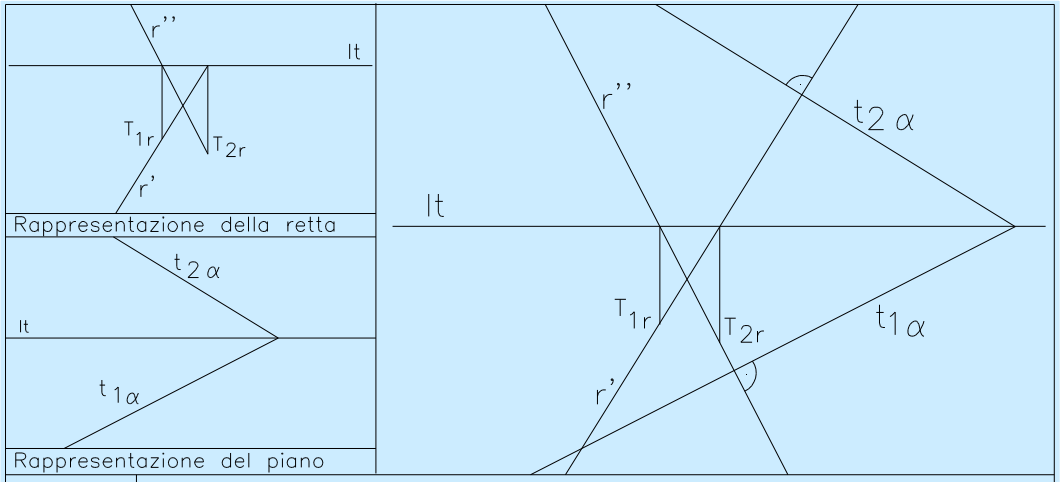


Fig.06 Verifica della perpendicolarità tra retta e piano (2 caso)

In questo caso le proiezioni r' ed r" della retta r, graficamente si presentano perpendicolari o ortogonali alle tracce del piano, per cui si può essere tratti, facilmente, in inganno da questa circostanza grafica.

Analizzando il disegno si osserva, infatti, quanto di seguito:

La proiezione r' è ortogonale alla traccia $t_{2\alpha}$

La proiezione r" è ortogonale alla traccia $t_{1\alpha}$

Il disegno, perciò, mette in rapporto ortogonale elementi rappresentativi presenti su π_1 con elementi rappresentativi presenti su π_2.

Poiché ciò non è ammissibile in quanto i piani π_1 e π_2 sono comunque diversi e distinti per ogni diedro, si deduce che i due elementi geometrici sono, tra loro, in posizione di obliquità.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (5)

Ciò può essere espresso, sinteticamente, come di seguito:

$r' \perp t_{2\alpha}$

$r \angle \alpha$

$r'' \perp t_{1\alpha}$

dove $r' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P}' \right\} \perp t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{2r} \right\}$

dove $r'' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P}'' \right\} \perp t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{1r} \right\}$

Pertanto, poiché il rapporto di ortogonalità si realizza tra

elementi grafico - rappresentativi **non complanari**

che non hanno, quindi, alcun punto in comune,
possiamo arguire, anche in questo caso,

che la retta e il piano

non sono in rapporto di ortogonalità

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (6)

Inoltre può verificarsi, anche, quanto graficizzato nella successiva fig. 07

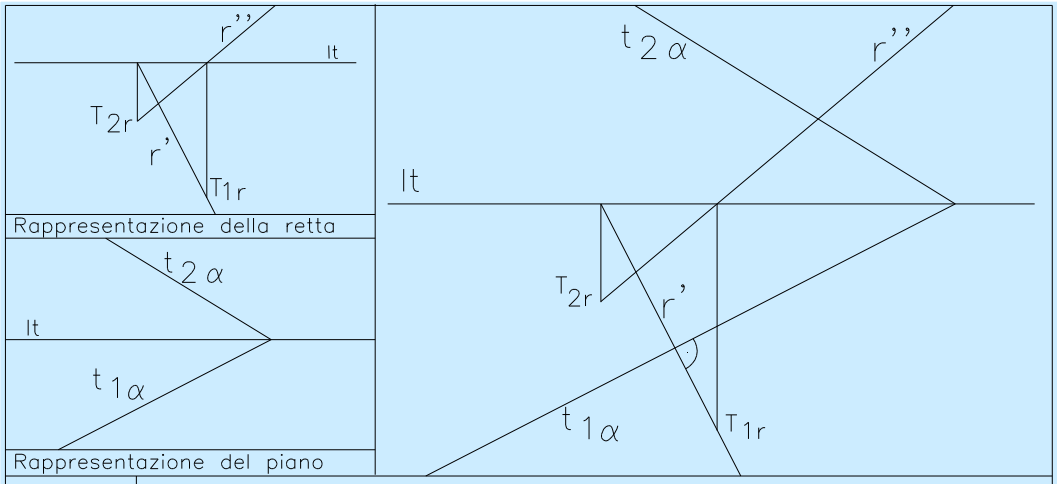


Fig.07 Verifica della perpendicolarità tra retta e piano (3 caso)

In questo caso accade che la proiezione r' si presenta ortogonale alla traccia prima $t_{1\alpha}$ mentre la r'' è obliqua alla $t_{2\alpha}$.

Poiché le proiezioni esplicitano (per il principio della biunivocità) uno stesso concetto geometrico su due piani distinti, lo stesso rapporto deve valere sia sul semipiano anteriore π^+_1 che sul semipiano superiore π^+_2.

In tale circostanza il rapporto di ortogonalità, che deve essere concreto, continuo e costante si presenta tale solo sul semipiano π_1, mentre tale non è sul semipiano π_2

Considerato che, nel caso in esame, ciò non accade si deduce che stante la verifica parziale del concetto, gli elementi sono, tra loro, in rapporto di obliquità

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (7)

E' solo il caso di accennare che mentre la relazione di obliquità (relazione variabile tra elementi) comprende anche (come caso particolare) il riferimento geometrico di ortogonalità, ciò non vale per il reciproco; cioè il concetto di ortogonalità (relazione fissa e definita tra elementi) non comprende la relazione di obliquità per cui, nel caso in esame, prevale la relazione di obliquità (più ampio) sulla relazione di ortogonalità (definito in modo univoco)

Quanto sopra evidenziato, può essere espresso sinteticamente come di seguito

$r' \perp t_{1\alpha}$

$r \angle \alpha$

$r'' \angle t_{2\alpha}$

dove $r' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P'} \right\} \perp t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{1r} \right\}$

dove $r'' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P''} \right\} \angle t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{2r} \right\}$

Le considerazioni appena sviluppate valgono anche nel caso in cui si presenti r'' ortogonale a $t_{2\alpha}$ ed r' obliquo a $t_{1\alpha}$.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (8)

Per i motivi di cui sopra, anche in questo caso, la retta sarà obliqua al piano e il rapporto geometrico sarà espresso sinteticamente come di seguito.

$r' \angle t_{1\alpha}$

$r \angle \alpha$

$r'' \perp t_{2\alpha}$

dove $r' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P'} \right\} \angle t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{1r} \right\}$

dove $r'' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P''} \right\} \perp t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{2r} \right\}$

Per verificare, completamente, l'esistenza della condizione di cui in oggetto è necessario, quindi, accertare la presenza dello specifico rapporto geometrico tra le proiezioni della retta e le tracce del piano come nella successiva figura 08.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (9)

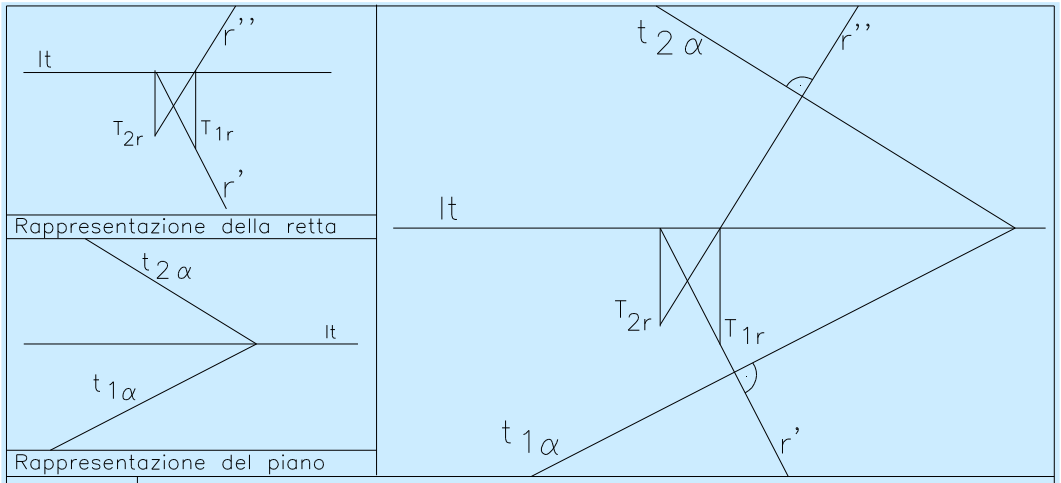


Fig.08 Verifica della perpendicolarità tra retta e piano (4 caso)

In tale occasione accade che r' si presenta ortogonale a $t_{1\alpha}$ e, contemporaneamente, r'' si predispone ortogonale a $t_{2\alpha}$. Verificata, pertanto, l'esistenza di questa condizione geometrica, **definita, continua e costante** su entrambi i semipiani del diedro può concludersi che i due elementi sono in rapporto geometrico di perpendicolarità.

Tale rapporto, sinteticamente, può essere espresso come di seguito.

$r' \perp t_{1\alpha}$

$r \perp \alpha$

$r'' \perp t_{2\alpha}$

dove $r' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow+\infty} \left\{ \overset{=}{P'} \right\} \perp t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow+\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{1r} \right\}$

dove $r'' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow+\infty} \left\{ \overset{=}{P''} \right\} \perp t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow+\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{2r} \right\}$

Da quanto sopra scaturisce la seguente enunciazione generale.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
INDAGINE ESPLICATIVA E DEDUTTIVA (10)

Se le proiezioni di una retta sono perpendicolari alle corrispondenti tracce di un piano, allora, e solo allora, possiamo asserire che la retta è perpendicolare (o) ortogonale al piano

Data la biunivocità della relazione espressa nella seguente forma:

$$r \perp \alpha \Leftrightarrow \alpha \perp r$$

possiamo enunciare la reciproca condizione di ortogonalità come di seguito.

Se le tracce di un piano sono perpendicolari (o ortogonali) alle corrispondenti proiezioni di una retta, allora, e solo allora, possiamo asserire che il piano è ortogonale alla retta

$t_{1\alpha} \perp r'$

$t_{2\alpha} \perp r''$

$\alpha \perp r$

dove

$$t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{1r} \right\} \perp r' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P}' \right\}$$

dove

$$t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{2r} \right\} \perp r'' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P}'' \right\}$$

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
PROCEDURA IMPOSITIVA O APPLICATIVA (1)

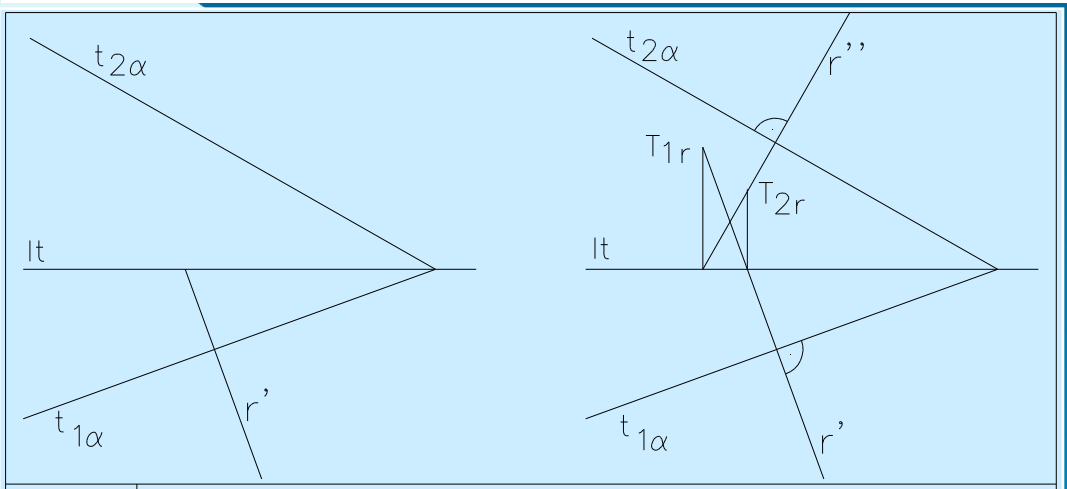


Fig.09 Imposizione della perpendicolarità tra retta e piano, dato il piano

In relazione ai risultati della verifica possiamo, anche, stabilire i criteri per imporre, in fase esecutiva, lo specifico rapporto geometrico tra le proiezioni della retta e le tracce del piano, così come graficizzato nella figura 09.

Dato il piano generico α mediante le due tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{2\alpha}$, volendo costruire e rappresentare una retta r perpendicolare al piano è necessario che tali siano le proiezioni della retta e le tracce del piano (come emerso dalle operazioni di verifica). Pertanto si costruisce r' perpendicolare a $t_{1\alpha}$ ed r'' perpendicolare a $t_{2\alpha}$.

Avendo impostato questo rapporto geometrico concreto, definito e costante tra le proiezioni della retta e le tracce del piano, si può asserire di aver costruito, nel reale, la retta r perpendicolare al piano dato α.

Ciò si sintetizza mediante la seguente espressione.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
PROCEDURA IMPOSITIVA O APPLICATIVA (2)

$r \perp \alpha$

$r' \perp t_{1\alpha}$

dove $r' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P'} \right\} \perp t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{1r} \right\}$

$r'' \perp t_{2\alpha}$

dove $r'' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P''} \right\} \perp t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{2r} \right\}$

Chiaramente è indifferente impostare il rapporto prima sul semipiano π_1 e poi sul semipiano π_2 o viceversa.

Date le caratteristiche della biunivocità del legame geometrico si ha che:

$$r \perp \alpha \Leftrightarrow \alpha \perp r$$

Pertanto le stesse considerazioni possono essere sviluppate quando il dato iniziale è la retta rappresentata mediante le sue proiezioni, come nella successiva figura 10

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
PROCEDURA IMPOSITIVA O APPLICATIVA (3)

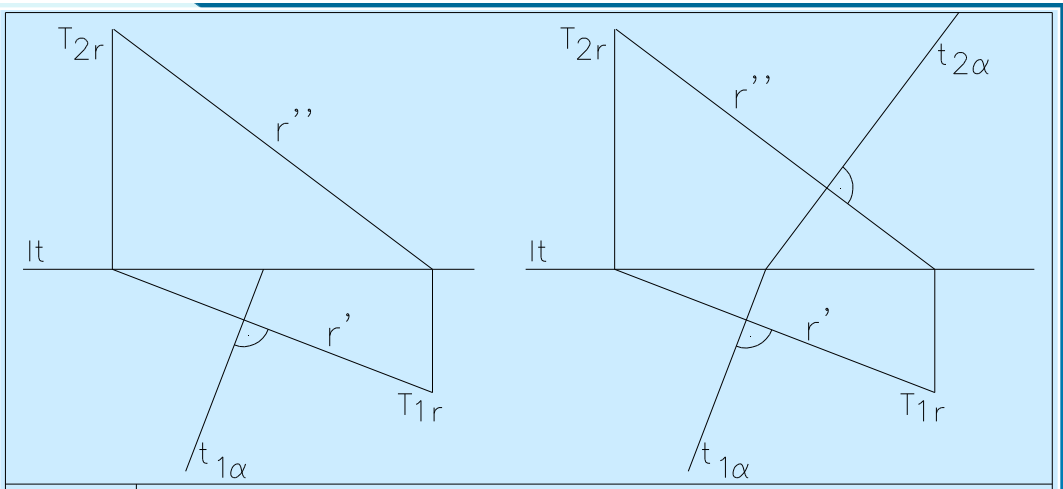


Fig.10 Imposizione della perpendicolarità tra retta e piano data la retta

In questo caso, impostato il rapporto di ortogonalità tra r' e $t_{1\alpha}$ resta da definire $t_{2\alpha}$ ortogonale ad r'' con l'unica avvertenza che le tracce del piano intersechino, nel medesimo punto, la linea di terra.

Così operando si costruisce il piano α perpendicolare alla retta r

Possiamo, quindi, concludere ed enunciare la legge generale della condizione descrittiva di ortogonalità tra retta e piano come di seguito

Perché una retta sia perpendicolare ad un piano è necessario che le proiezioni della retta siano perpendicolari (o ortogonali) alle corrispondenti tracce del piano

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA
PROCEDURA IMPOSITIVA O APPLICATIVA (4)

Quindi, reciprocamente si ha:

Perché un piano sia perpendicolare ad una retta è necessario che le tracce del piano siano perpendicolari (o ortogonali) alle corrispondenti proiezioni della retta

$\alpha \perp r$

$t_{1\alpha} \perp r'$ dove $t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{1r} \right\} \perp r' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P'} \right\}$

$t_{2\alpha} \perp r''$ dove $t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{T}_{2r} \right\} \perp r'' = \sum_{-\infty}^{\rightarrow +\infty} \left\{ \overset{=}{P''} \right\}$

Volendo sintetizzare in una definizione unica, il legame può essere espresso così:

Una retta ed un piano sono, descrittivamente, ortogonali se, e solo se, le proiezioni della retta sono ortogonali alle corrispondenti tracce del piano e, biunivocamente, se e solo se, le tracce del piano sono ortogonali alle corrispondenti proiezioni della retta

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

QUADRO SINOTTICO DELLA CONDIZIONE DI PERPENDICOLARITA' TRA RETTA E PIANO

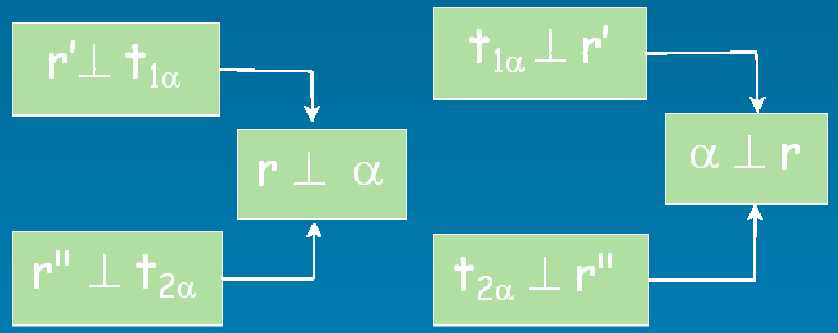
CARATTERISTICHE DEGLI ELEMENTI GEOMETRICI						PERPENDICOLARITA' TRA RETTA E PIANO	
Elemento geometrico	Didascalia elemento	Didascalia elemento rappresentativo	Nomenclatura dell'elemento rappresentativo	Definizione geometrica elemento rapprsentativo	Definizione fisica dell'elemento rapprsentativo	Definizione grafica degli elementi geometrici	Relazione insiemistica sintetica delle leggi della perpendicolarità tra retta e piano
Retta	r	T_{1r}	1ª traccia	Punto	Reale	$r'' = \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \overset{=}{P''} \right\}$	Formalizzazione esplicativa
		T_{2r}	2ª traccia	Punto	Reale		$r' \perp t_{1\alpha}$ → $r \perp \alpha$; $r'' \perp t_{2\alpha}$ → $r \perp \alpha$
		r'	1ª proiezione o 1ª immagine	Retta	Virtuale		biunivocamente
		r''	2ª proiezione o 2ª immagine	Retta	Virtuale	$r' = \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \overset{=}{P'} \right\}$	$t_{1\alpha} \perp r'$ → $\alpha \perp r$; $t_{2\alpha} \perp r''$ → $\alpha \perp r$
Piano	α	$t_{1\alpha}$	1ª Traccia	Retta	Reale	$t_{2\alpha} = \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \overset{=}{T_{2r}} \right\}$	Formalizzazione applicativa
							$r' \perp t_{1\alpha}$; $r \perp \alpha$ → $r'' \perp t_{2\alpha}$
		$t_{2\alpha}$	2ª Traccia	Retta	Reale	$t_{1\alpha} = \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \overset{=}{T_{1r}} \right\}$	biunivocamente
							$t1_{\alpha} \perp r'$; $\alpha \perp r$ → $t_{2\alpha} \perp r''$

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

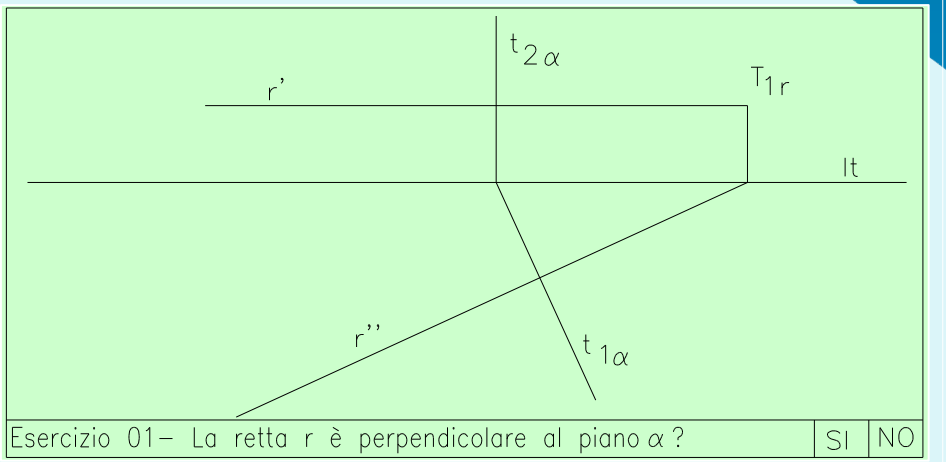
ESEMPLIFICAZIOINI GRAFICHE IN FORMA ESPLICATIVA (1)

Seguono alcune esemplificazioni grafiche relative all'aspetto esplicativo della perpendicolarità tra gli elementi geometrici, retta e piano, variamente collocati nello spazio dei diedri.

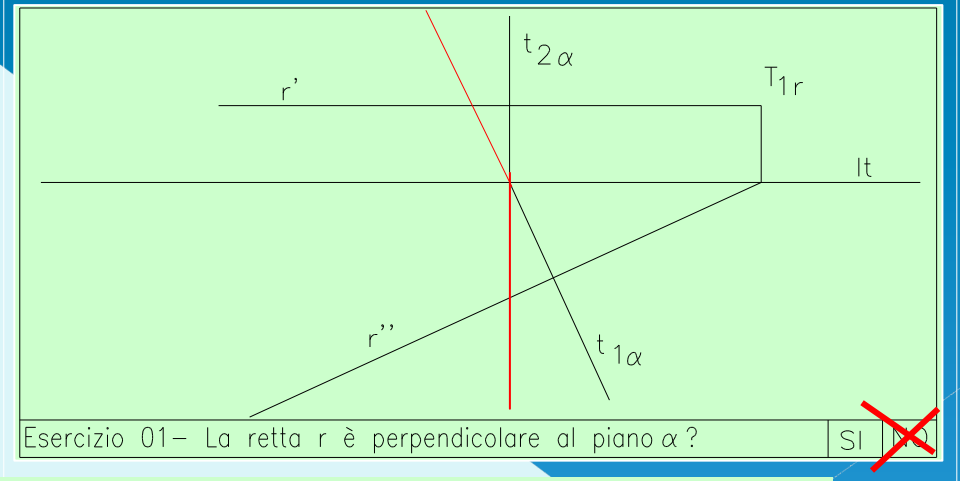
Dati i seguenti schemi esplicativi delle leggi di perpendicolarità tra elementi geometrici diversi, risolvere i grafici che seguono



Dato



Risultato



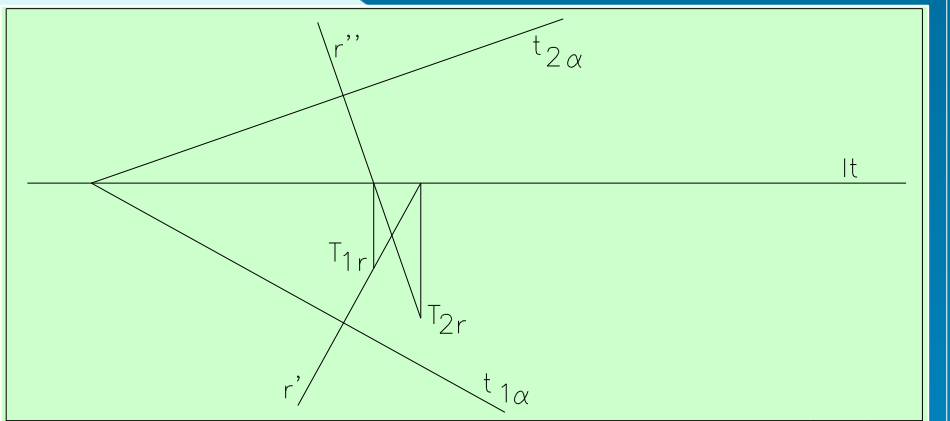
Spiegazione

Anche se apparentemente le tracce del piano si presentano perpendicolari alle proiezioni della retta avviene che: prolungando la $t_1\alpha$ si verifica che $r' \angle t_1\alpha$ e anche prolungando la $t_2\alpha$ si verifica che $r'' \angle t_2\alpha$.
Si deduce, pertanto, che la retta r non è perpendicolare al piano

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

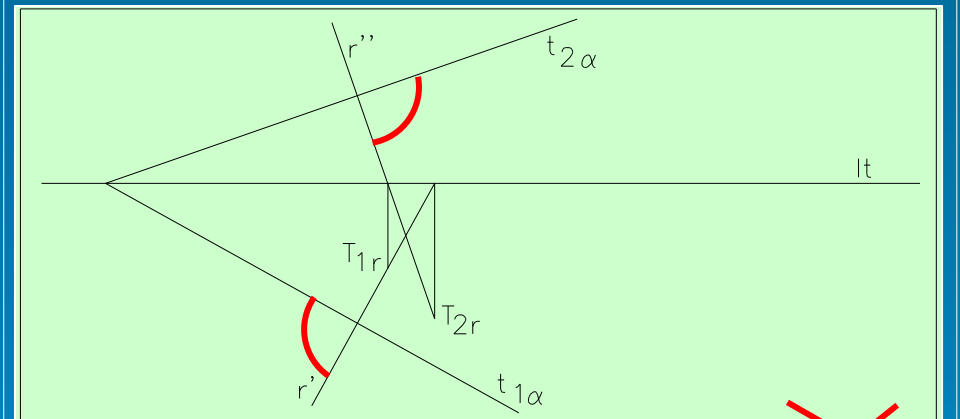
ESEMPLIFICAZIOINI GRAFICHE IN FORMA ESPLICATIVA (2)

Dato



Esercizio 02– La retta r è perpendicolare al piano α ? | SI | NO

Risultato



Esercizio 02– La retta r è perpendicolare al piano α ? | ~~SI~~ | NO

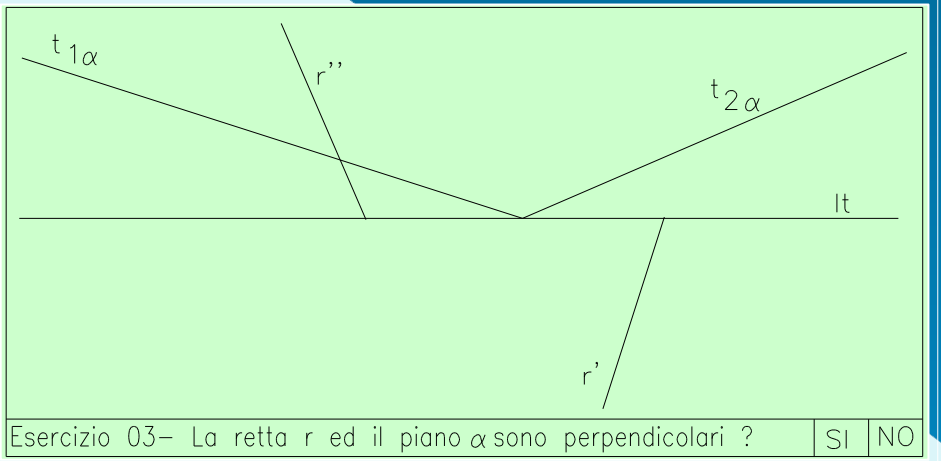
Spiegazione

Poiché la proiezione r' della retta r forma angoli retti con la traccia $t_1\alpha$ e la proiezione r'', della medesima retta r genera angoli retti con la $t_2\alpha$, possiamo asserire che la retta r ed il piano α sono il rapporto di perpendicolarità o ortogonalità.

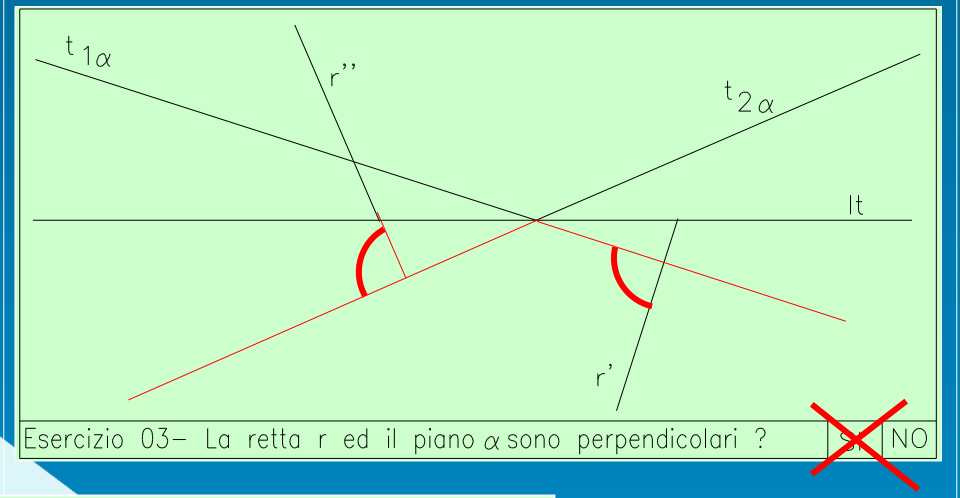
PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

ESEMPLIFICAZIOINI GRAFICHE IN FORMA ESPLICATIVA (3)

Dato



Risultato



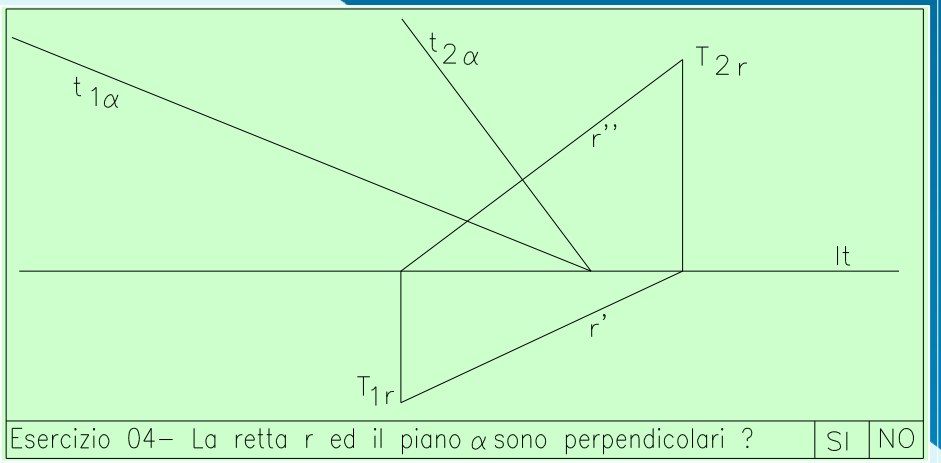
Spiegazione

Il prolungamento della traccia $t_1\alpha$ forma angoli retti con la proiezione r' della retta r. Anche prolungando r'' e la $t_2\alpha$, si generano angoli retti.
Il verificarsi di questa doppia condizione ci permette di asserire che la retta r ed il piano α sono il rapporto di perpendicolarità o ortogonalità.

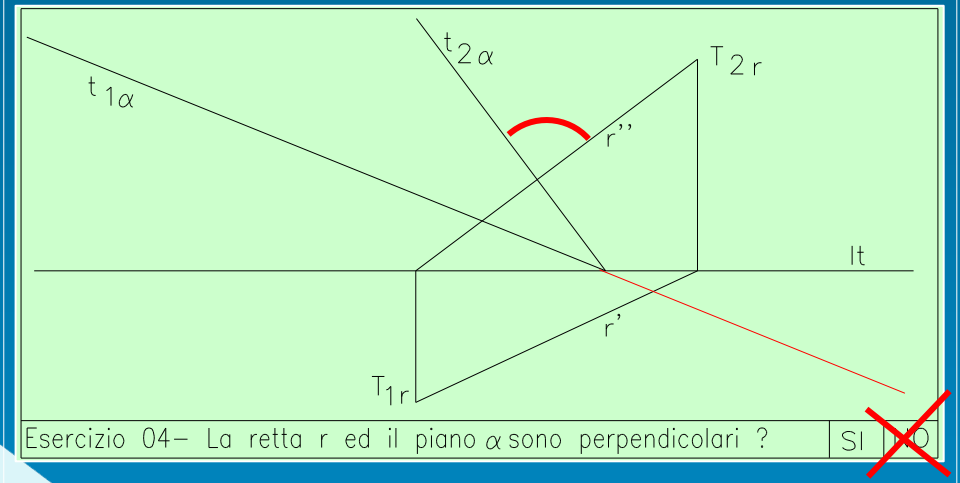
PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

ESEMPLIFICAZIOINI GRAFICHE IN FORMA ESPLICATIVA (4)

Dato



Risultato



Spiegazione

Prolungando la $t_1\alpha$ fino ad intersecare la proiezione r' si determina una relazione di obliquità tale che $r' \angle t_1\alpha$.
Invece r" forma quattro angoli retti con $t_2\alpha$.
Poiché la relazione di perpendicolarità non è completa perché non si verifica su entrambi i piani di proiezione, si deduce che i due elementi geometrici, retta e piano, non sono in rapporto di ortogonalità ma di obliquità.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

ESEMPLIFICAZIOINI GRAFICHE IN FORMA APPLICATIVA (1)

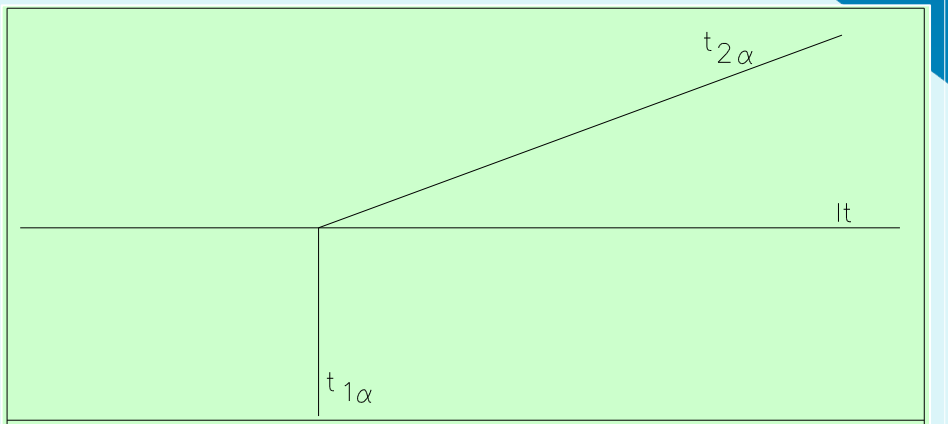
Seguono alcune esemplificazioni grafiche relative all'aspetto applicativo della perpendicolarità tra gli elementi geometrici, retta e piano, variamente collocati nello spazio dei diedri.

Dati i seguenti schemi esplicativi delle leggi di perpendicolarità tra elementi geometrici diversi, risolvere i grafici che seguono

$r \perp \alpha$ → $r' \perp t_{1\alpha}$, $r'' \perp t_{2\alpha}$

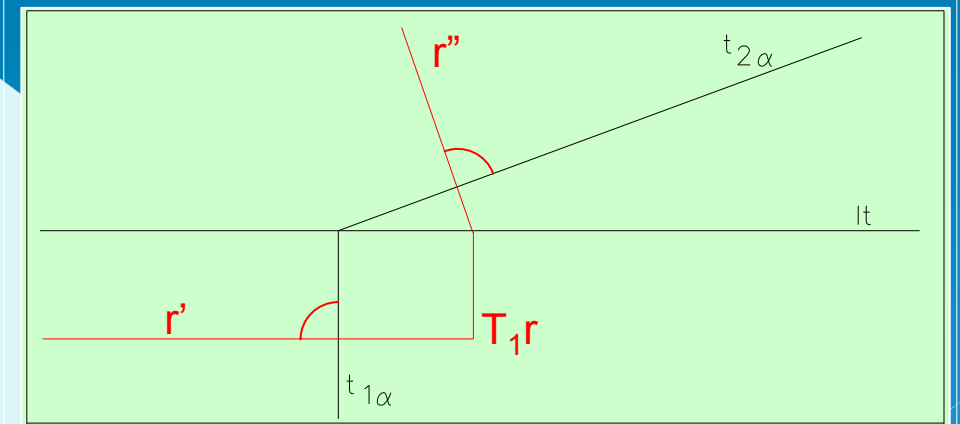
$\alpha \perp r$ → $t_{1\alpha} \perp r'$, $t_{2\alpha} \perp r''$

Dato



Esercizio 05– Costruire e rappresentare $r \perp \alpha$

Risultato



Esercizio 05– Costruire e rappresentare $r \perp \alpha$

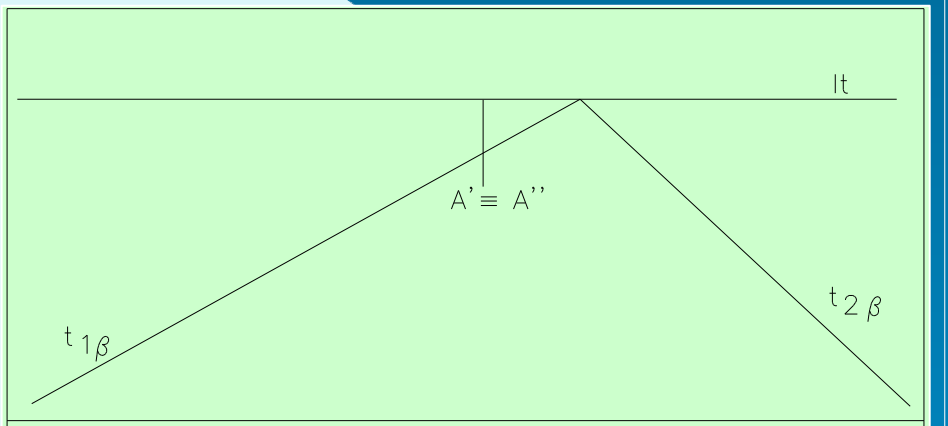
Spiegazione

Definite la proiezione r' perpendicolare a $t_1\alpha$ e la proiezione r" perpendicolare a $t_2\alpha$ si costruisce la retta di richiamo mediante la quale si determina la traccia T_1r

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

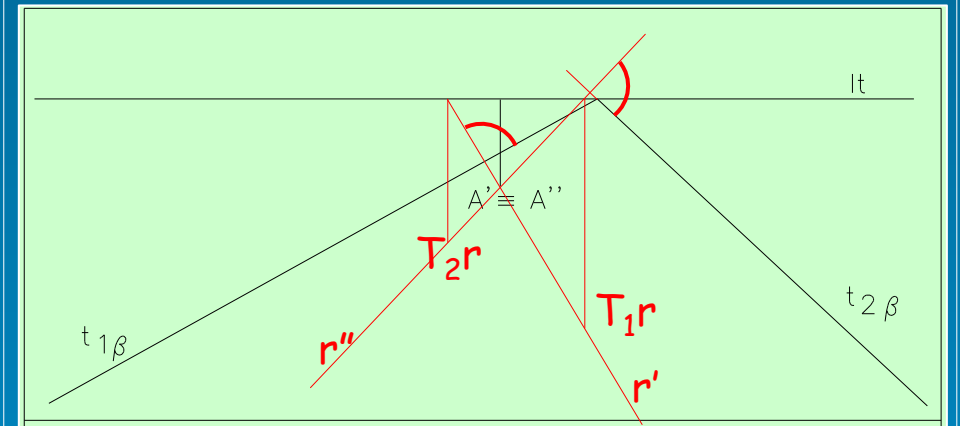
ESEMPLIFICAZIOINI GRAFICHE IN FORMA APPLICATIVA (2)

Dato



Esercizio 06– Costruire e rappresentare r⊥β|r⊂A

Risultato



Esercizio 06– Costruire e rappresentare r⊥β|r⊂A

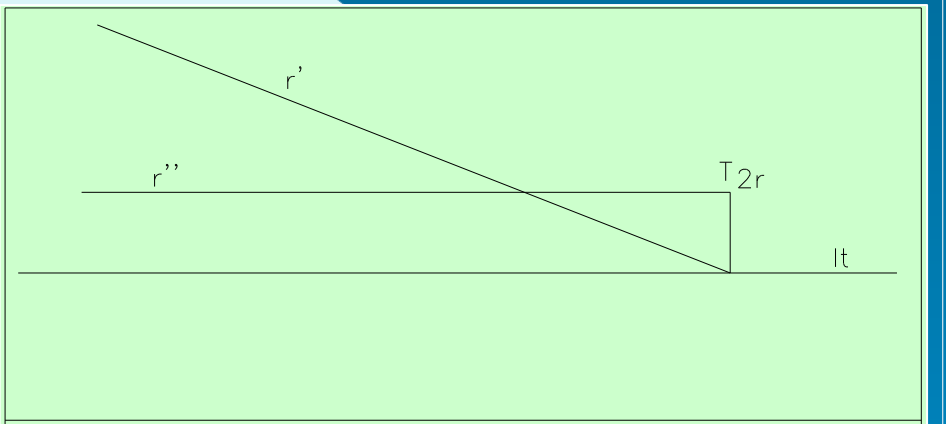
Spiegazione

Si costruiscono la proiezione r' passante per A' e perpendicolare a $t_1\alpha$ e la proiezione r" passante per A" perpendicolare a $t_2\alpha$.
Definite le proiezioni della retta r, perpendicolari alle rispettive tracce del piano, si passa a determinare, mediante le rette di richiamo, le tracce T_1r e T_2r della retta r.
In questo modo si applica la condizione di ortogonalità tra la retta r ed il piano α.

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

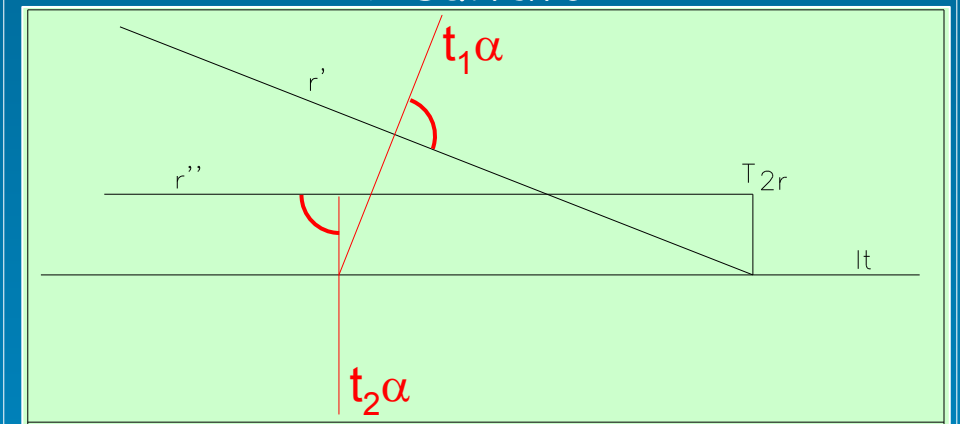
ESEMPLIFICAZIOINI GRAFICHE IN FORMA APPLICATIVA (3)

Dato



Esercizio 07– Costruire e rappresentare $\alpha \perp$ r

Risultato



Esercizio 07– Costruire e rappresentare $\alpha \perp$ r

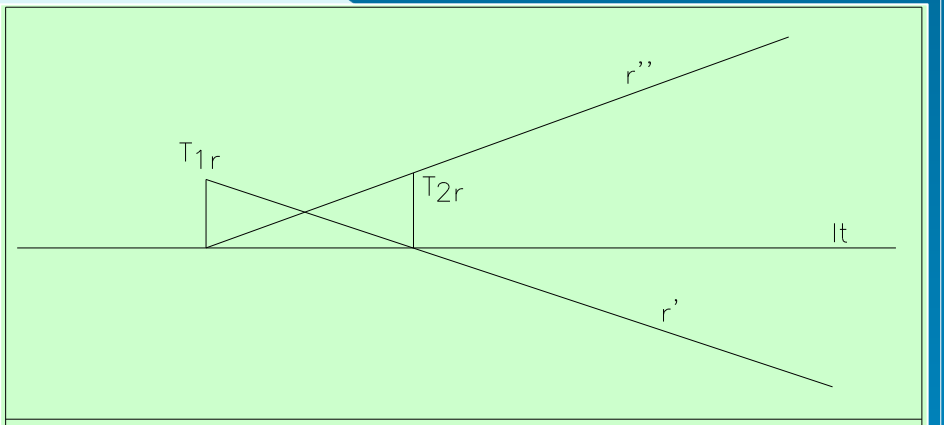
Spiegazione

Per applicare la legge di perpendicolarità e costruire il piano α ortogonale alla retta r è necessario eseguire quanto di seguito.
Si definiscono sia la traccia 1 del piano α ($t_1\alpha$) perpendicolare alla proiezione r' e la traccia 2 del piano α ($t_2\alpha$) perpendicolare alla proiezione r".

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

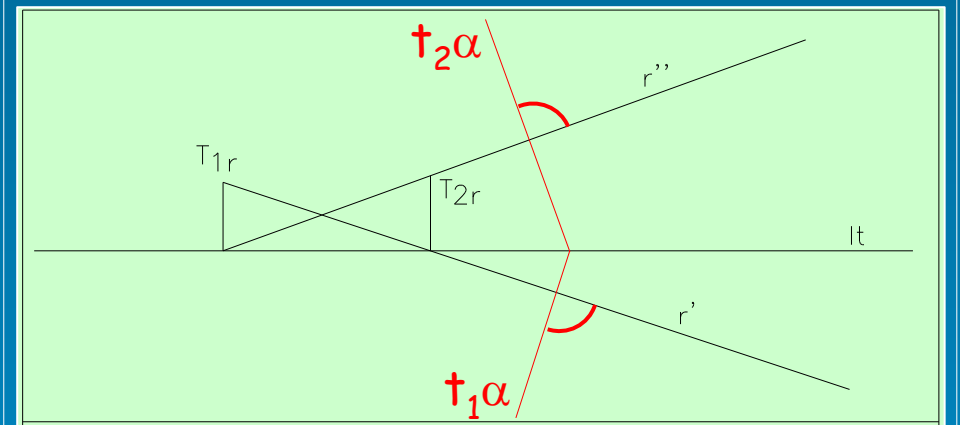
ESEMPLIFICAZIOINI GRAFICHE IN FORMA APPLICATIVA (4)

Dato



Esercizio 08– Costruire e rappresentare $\alpha \perp r$

Risultato



Esercizio 08– Costruire e rappresentare $\alpha \perp r$

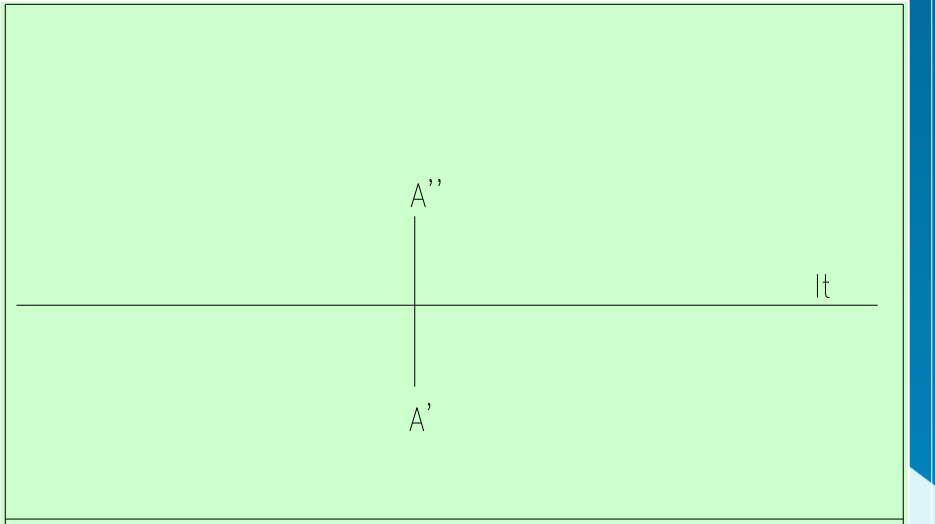
Spiegazione

Per applicare la legge di perpendicolarità e costruire il piano α ortogonale alla retta r è necessario eseguire quanto di seguito.
Si definiscono sia la traccia 1 del piano α ($t_1\alpha$) perpendicolare alla proiezione r' e la traccia 2 del piano α ($t_2\alpha$) perpendicolare alla proiezione r".

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

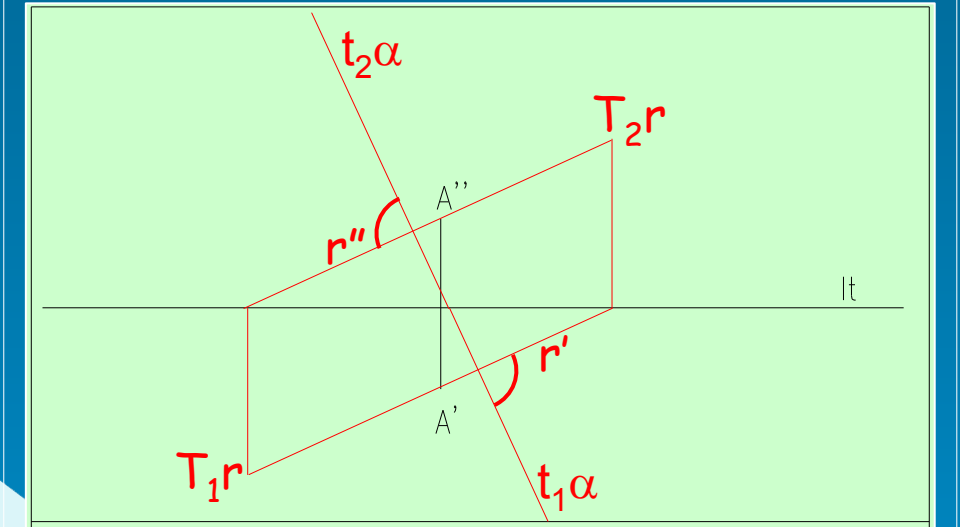
TEMI GRAFICI SULLE CONDIZIONI DI PERPENDICOLARITA' TRA RETTA E PIANO (1)

Esercizio

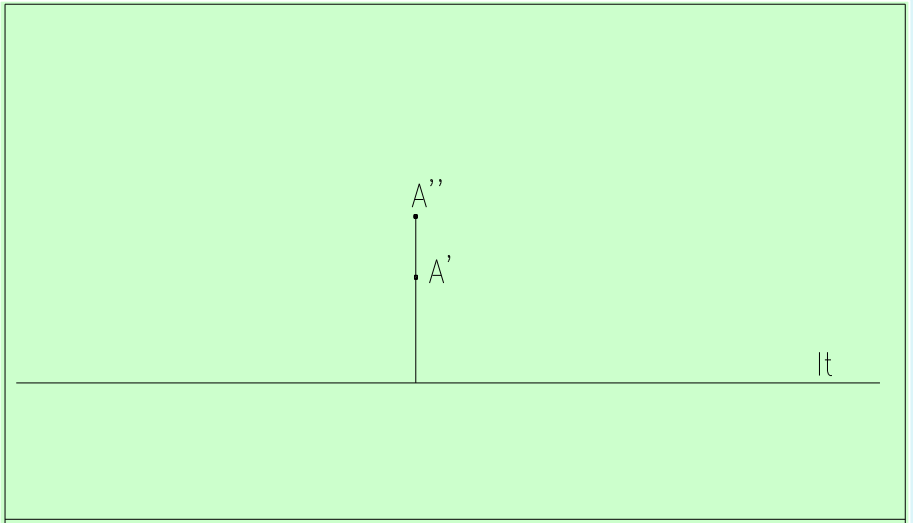


Tema 01– Costruire e rappresentare $r \perp \alpha | r \subset A$

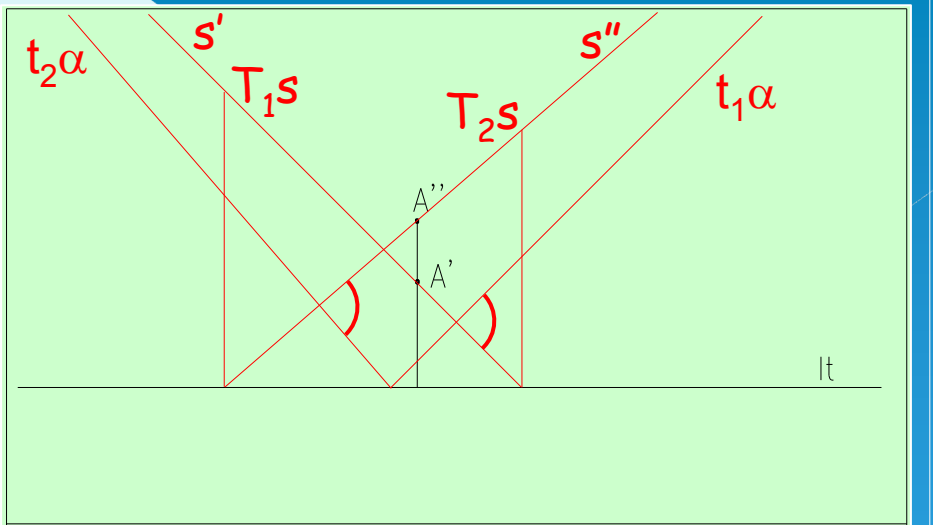
Risoluzione



Tema 01– Costruire e rappresentare $r \perp \alpha | r \subset A$



Tema 02– Costruire e rappresentare $s \perp \alpha | s \subset A$

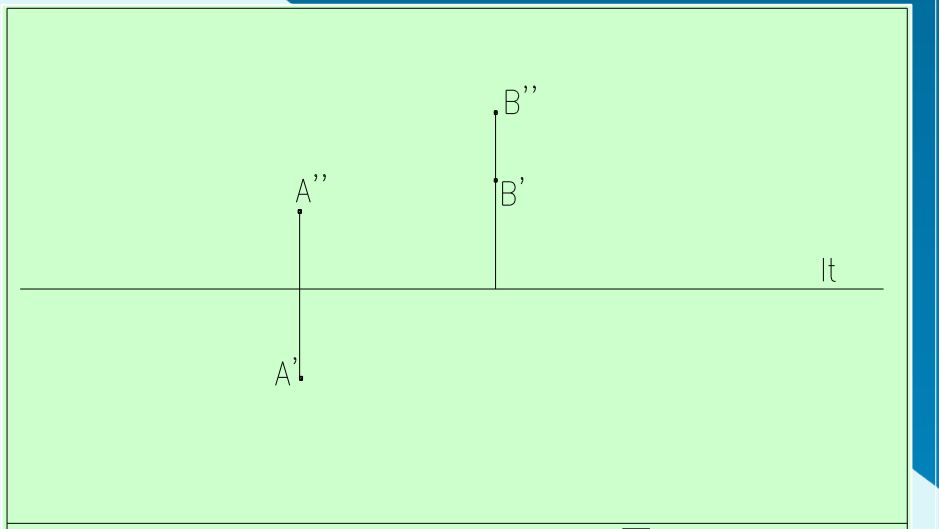


Tema 02– Costruire e rappresentare $s \perp \alpha | s \subset A$

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

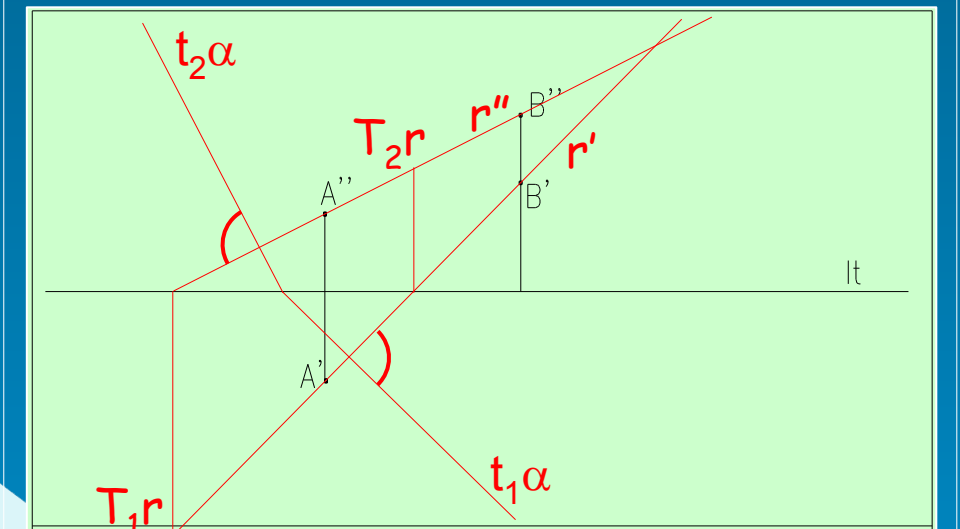
TEMI GRAFICI SULLE CONDIZIONI DI PERPENDICOLARITA' TRA RETTA E PIANO (2)

Esercizio

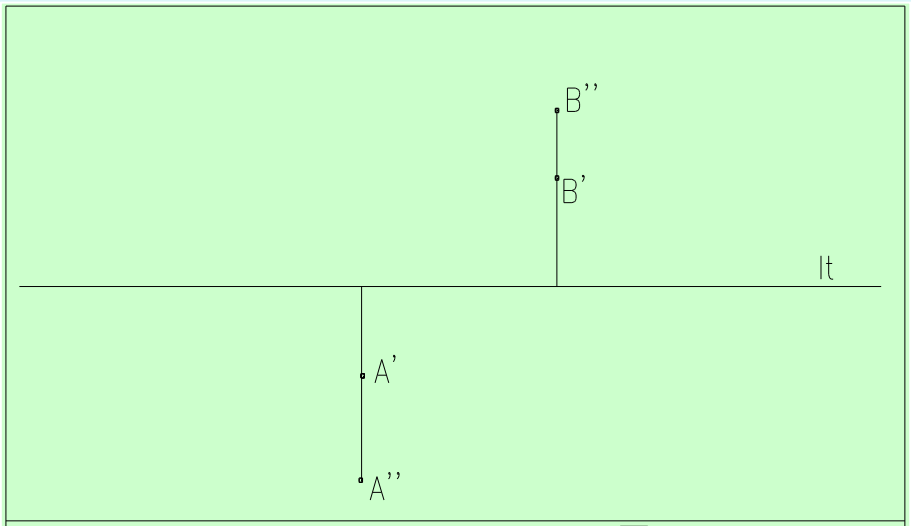


Tema 03- Costruire e rappresentare il segmento $\overline{AB} \in r \perp \alpha$

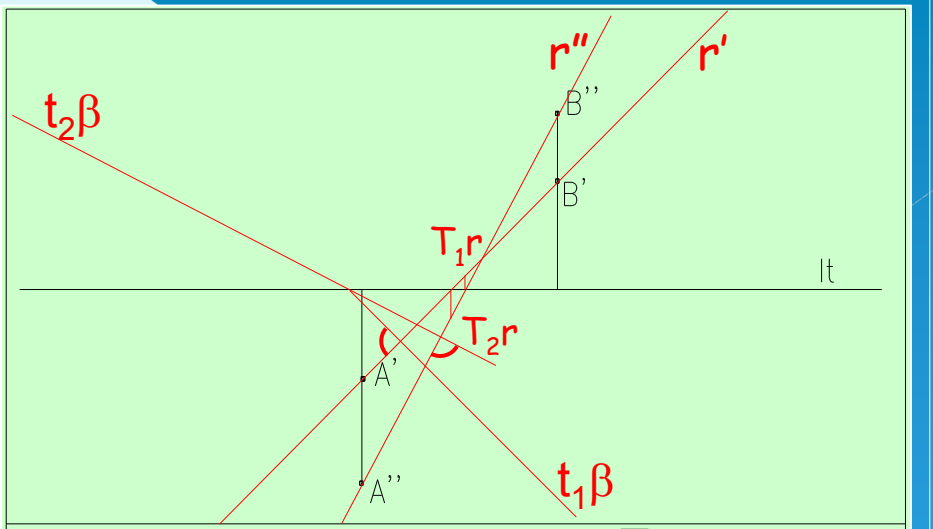
Risoluzione



Tema 03- Costruire e rappresentare il segmento $\overline{AB} \in r \perp \alpha$



Tema 04- Costruire e rappresentare il segmento $\overline{AB} \in r \perp \beta$

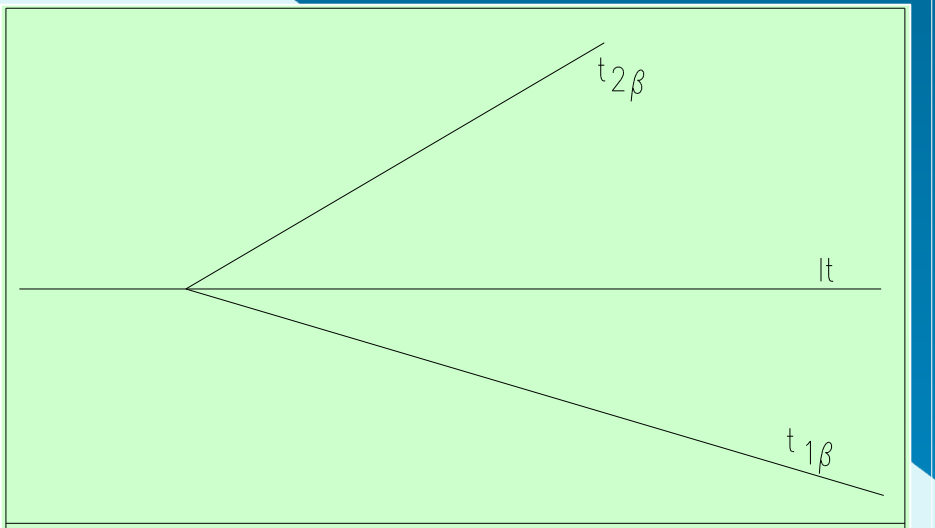


Tema 04- Costruire e rappresentare il segmento $\overline{AB} \in r \perp \beta$

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

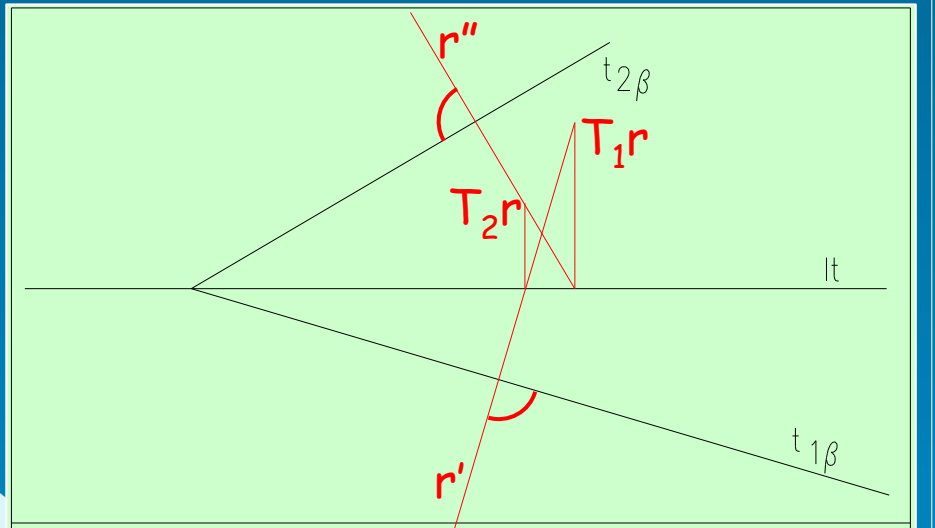
TEMI GRAFICI SULLE CONDIZIONI DI PERPENDICOLARITA' TRA RETTA E PIANO (3)

Esercizio

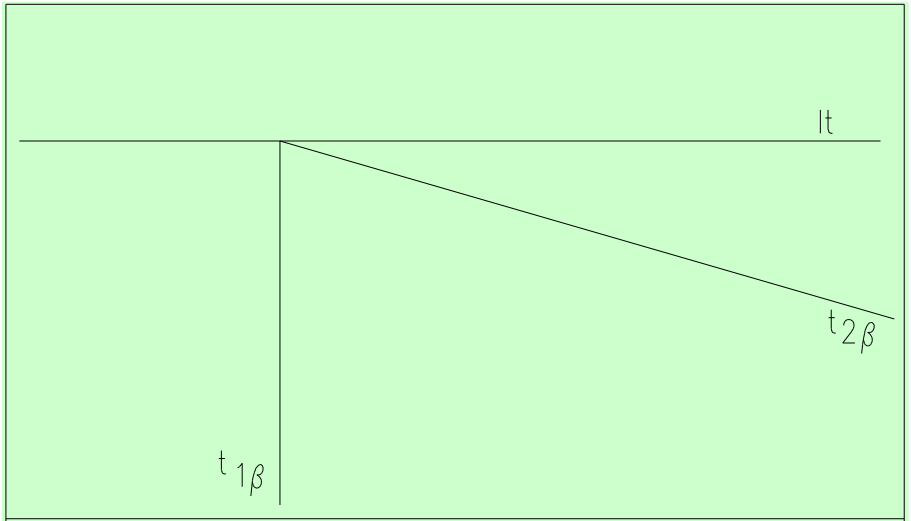


Tema 05– Costruire e rappresentare r⊥ β

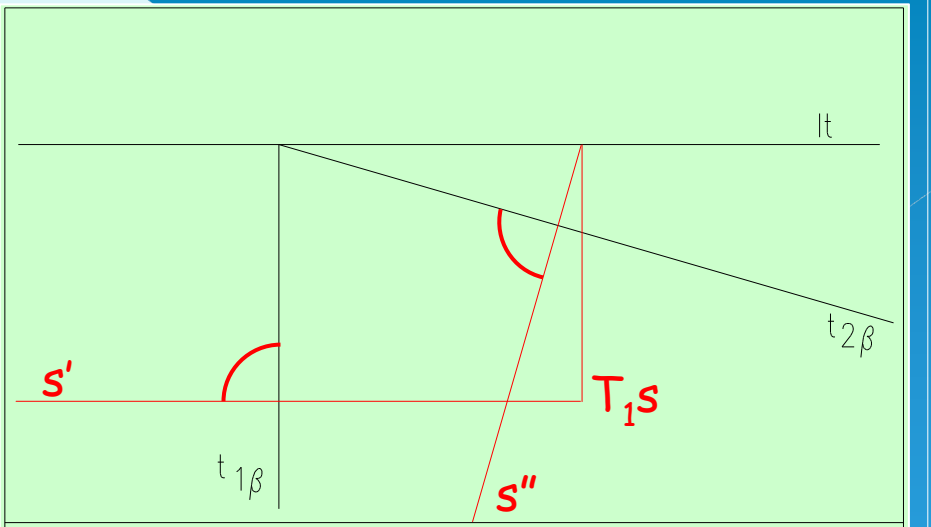
Risoluzione



Tema 05– Costruire e rappresentare r⊥ β



Tema 06– Costruire e rappresentare s⊥ β

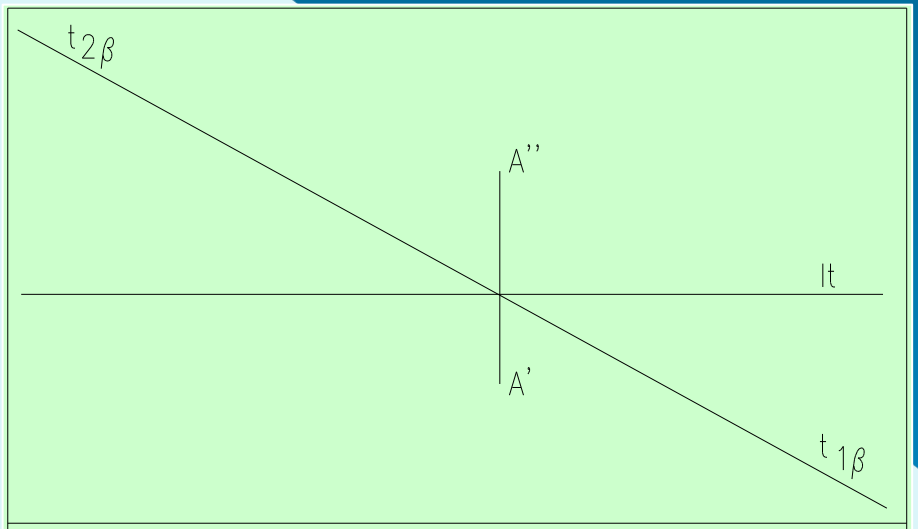


Tema 06– Costruire e rappresentare s⊥ β

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

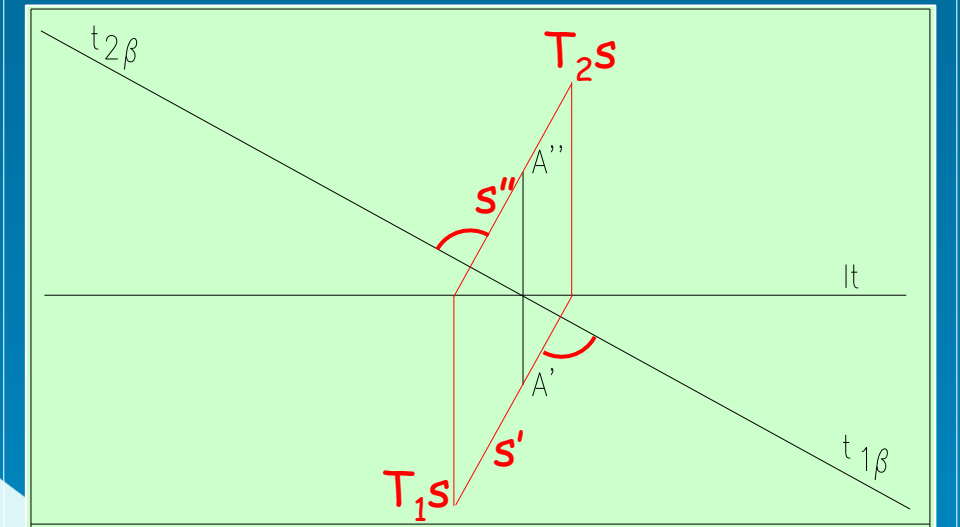
TEMI GRAFICI SULLE CONDIZIONI DI PERPENDICOLARITA' TRA RETTA E PIANO (4)

Esercizio

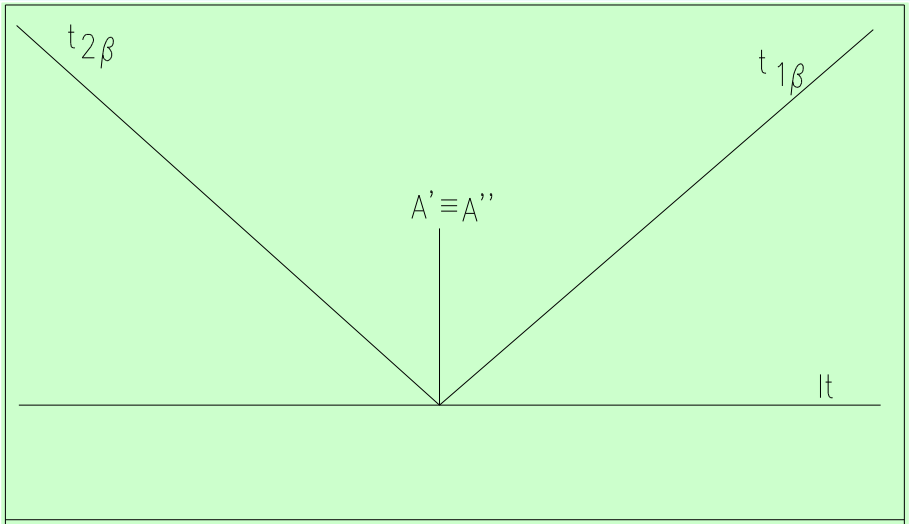


Tema 07– Costruire e rappresentare s⊥ β | s ⊂ A

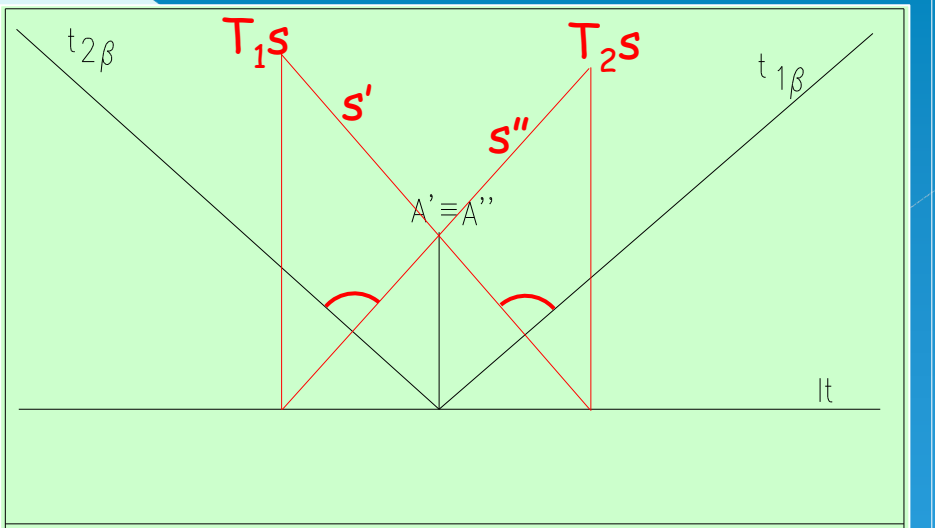
Risoluzione



Tema 07– Costruire e rappresentare s⊥ β | s ⊂ A



Tema 08– Costruire e rappresentare s⊥ β | s ⊂ A



Tema 08– Costruire e rappresentare s⊥ β | s ⊂ A

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

TEMI SCRITTI DA VOLGERE E SVILUPPARE IN FORMA DI ELABORATI GRAFICI (1)

1. Dati il piano generico $\alpha(\angle\pi^{+}1\angle\pi^{+}2)$ ed il punto $A\in\alpha$, definire e rappresentare il segmento $AB\in r\perp\alpha$.

2. Dati il piano generico $\alpha(\angle\pi^{-}1\angle\pi^{+}2)$ ed il punto $A\notin\alpha$WID, definire e rappresentare il segmento $AB\in r\perp\alpha$

3. Dati i punti $A(A'=1;A''=2)$,$B(B'=2;B''=3)$,$C(C'=3;C''=-4)$, $D(D'=4;D''=-1)$ per tre di essi, a scelta dell'allievo, definire e rappresentare il piano α che li contiene, mentre, per il restante punto, condurre la retta $s\perp\alpha$

4. Dati il punto $X(X'=2;X''=5)$ e le tracce della retta $r(T_{1r}=6;T_{2r}=2)$,definire e rappresentare il piano α passante per questi elementi. Quindi per il punto X condurre il segmento $XY\in s\perp\alpha$

5. Dato il punto $X(X'=3;X''=5)$, condurre per esso due rette distinte $(r,s)\in\alpha$. Quindi definire e rappresentare il segmento $XY\in r\perp\alpha$

6. Date le rette $a(\angle\pi^{+}1\angle\pi^{+}2)//b(\angle\pi^{+}1\angle\pi^{+}2)$, ricercare e rappresentare due punti $X\in a$ e $Y\in b$ per i quali condurre i seguenti segmenti di retta $(XZ\in s\perp\alpha)$ // $(YW\in r\perp\alpha)$

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

TEMI SCRITTI DA VOLGERE E SVILUPPARE IN FORMA DI ELABORATI GRAFICI (2)

7. Dato il punto $A(A'=4;A''=6)$ costruire per esso una stella di tre piani α, β, γ; quindi definire e rappresentare i seguenti segmenti: $AX \in a \perp \alpha$; $AY \in b \perp \beta$; $AZ \in c \perp \gamma$.

8. Dati il piano $\alpha(\perp \pi^{+}1 \angle \pi^{+}2)$ e due punti $(A,B) \in \alpha$; per il punto medio M del segmento AB definire e rappresentare il segmento $MC \in r \perp \alpha$.

9. Dato il punto $X(X'=3;X''=5)$ costruire il piano $\alpha \subset X$, quindi due triangoli isosceli (X, A, B) e (X, C, D) opposti al vertice, le cui altezze appartengono alla retta $r \perp \alpha$.

10. Dati i punti $A(A'=1;A''=3)$, $B(B'=-3;B''=1)$, $C(C'=-1;C''=-3)$, definire il pano $\alpha \subset (A,B,C)$ ed il baricentro $G(G',G'')$ del triangolo medesimo. Quindi definire e rappresentare il segmento $GV \in h \perp \alpha$, dove il punto $V(V',V'')$ costituisce il vertice della piramide che ha per base il triangolo (A,B,C)

11. Dati i punti $A(A'=2;A''=4)$,$B(B'=3;B''=6)$,$C(C'=4;C''=5)$ definire il piano $\alpha \subset (A,B,C)$.Sapendo che i segmenti AB, BC, CA sono le basi di tre triangoli isosceli perpendicolari al piano stesso e i punti M,N,O, sono i punti medi dei lati medesimi, definire e rappresentare i triangoli (A,B,X), (B,C,Y)e (A,C,Z) dove $MX \in x \perp \alpha$; $NY \in y \perp \alpha$; $OZ \in z \perp \alpha$.

12. Dati i punti dell'esercizio precedente, sapendo che essi costituiscono la base di un prisma retto, perpendicolare al piano α, determinare e rappresentare la seconda base definita dai punti (D,E,F).

PERPENDICOLARITA' TRA PIANO E RETTA

GRIGLIA DI VALUTAZIONE DEGLI ELABORATI GRAFICI

Si riporta, di seguito, una griglia utilizzata per la valutazione sia test che delle esercitazioni grafiche sviluppate sotto forma di elaborati. Si considerano tre parametri fondamentali:

1)Conoscenze teoriche 2)Capacità logiche 3)Competenze grafiche

VALUTAZIONE DELLE ESERCITAZIONI GRAFICHE

Ogni elaborato è costituito da quattro esercizi che vengono, singolarmente, valutati secondo la seguente griglia

Test Eserc.	Elementi della valutazione	Valutazioni			Punti
1	Conoscenze teoriche (Conoscenza dei concetti, delle regole, delle leggi)	0,00	0,50	1,00	2,50
	Capacità logiche (Capacità di trasporre conoscenze teoriche in elaborazioni grafiche)	0,00	0,50	1,00	
	Competenze grafiche (Precisione, chiarezza, leggibilità, essenzialità, didascalie,ecc.)	0,00	0,25	0,50	
2	Conoscenze teoriche (Conoscenza dei concetti, delle regole, delle leggi)	0,00	0,50	1,00	2,50
	Capacità logiche (Capacità di trasporre conoscenze teoriche in elaborazioni grafiche)	0,00	0,50	1,00	
	Competenze grafiche (Precisione, chiarezza, leggibilità, essenzialità, didascalie,ecc.)	0,00	0,25	0,50	
3	Conoscenze teoriche (Conoscenza dei concetti, delle regole, delle leggi)	0,00	0,50	1,00	2,50
	Capacità logiche (Capacità di trasporre conoscenze teoriche in elaborazioni grafiche)	0,00	0,50	1,00	
	Competenze grafiche (Precisione, chiarezza, leggibilità, essenzialità, didascalie,ecc.)	0,00	0,25	0,50	
4	Conoscenze teoriche (Conoscenza dei concetti, delle regole, delle leggi)	0,00	0,50	1,00	2,50
	Capacità logiche (Capacità di trasporre conoscenze teoriche in elaborazioni grafiche)	0,00	0,50	1,00	
	Competenze grafiche (Precisione, chiarezza, leggibilità, essenzialità, didascalie,ecc.)	0,00	0,25	0,50	
	PUNTEGGIO TOTALE				10,00

Per maggiore completezza ed approfondimento degli argomenti si può consultare il seguente sito

http://www.webalice.it/eliofragassi