

GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

Indagine insiemistica sulla doppia proiezione ortogonale di Monge

Questa presentazione, riguardante le operazioni geometriche, sviluppa un esempio relativo alla "compenetrazione di solidi" e alla definizione della procedura descrittiva per ricercare, determinare e descrivere il solido risultante.

L'esercizio prende in considerazione un solido a facce (prisma esagonale retto a base esagonale) e un solido di rotazione (cono circolare retto) composti come di seguito.

I due solidi hanno gli assi allineati e ortogonali a π_1^+ .

Le dimensioni sono tali che la base circolare del cono contiene gli spigoli laterali del prisma mentre le facce laterali del prisma sono parallele all'asse del cono.

Data questa composizione si devono identificare e descrivere sei rami di iperboli ed una circonferenza.

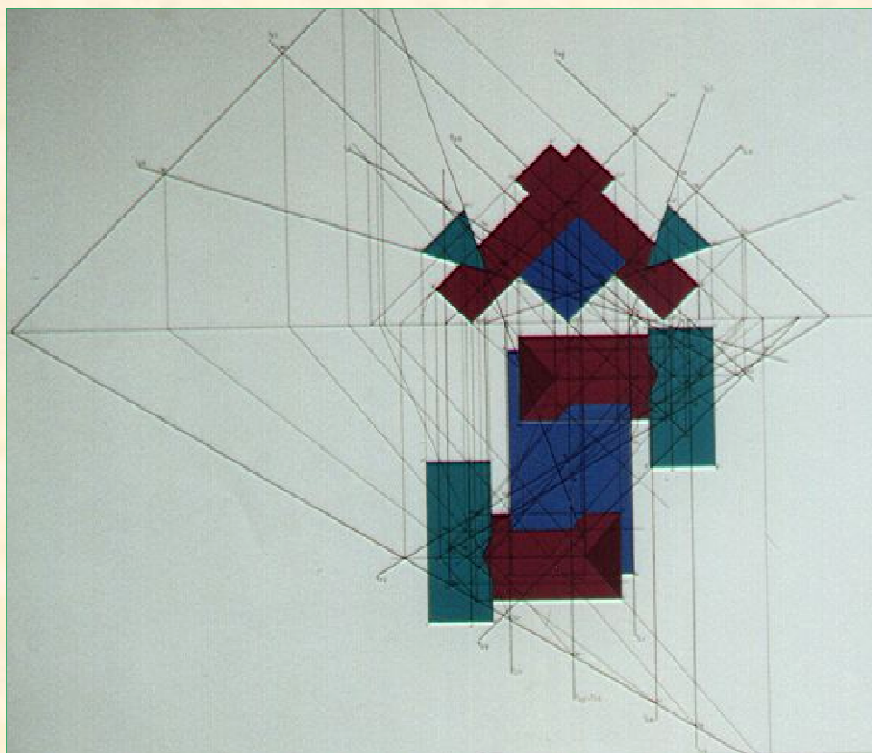
L'esercizio, pertanto, viene sviluppato nei seguenti differenti passaggi descrittivi.

- 1) Rappresentazione ortogonale dei solidi
- 2) Ricerca della procedura geometrico-descrittiva
- 3) Applicazione della procedura e definizione del risultato sulle sei facce laterali (rami di sei iperboli)
- 4) Applicazione della procedura alla base superiore e definizione del risultato (circonferenza)
- 5) Identificazione degli elementi risultanti
- 6) Risultato della compenetrazione (somma dei due solidi)
- 7) Solido sottratto al cono
- 8) Solido sottratto al prisma
- 9) Somma dei solidi sottratti al prisma e al cono

GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

Indagine insiemistica sulla doppia proiezione ortogonale di Monge

COMPENETRAZIONE DI SOLIDI



Il disegno a fianco è stato eseguito nell'a. s. 1990/1991

da Trabucco
Alessandra
della classe 5 B

dell'Istituto
statale d'arte
"G. Mazara" di
Sulmona

per la materia
"Geometria
descrittiva"

Insegnante:
Prof. Elio Fragassi

COMPENETRAZIONE TRA
UN CONO CIRCOLARE
RETTO ED
UN PRISMA RETTO A
BASE ESAGONALE

Autore Prof. Elio Fragassi

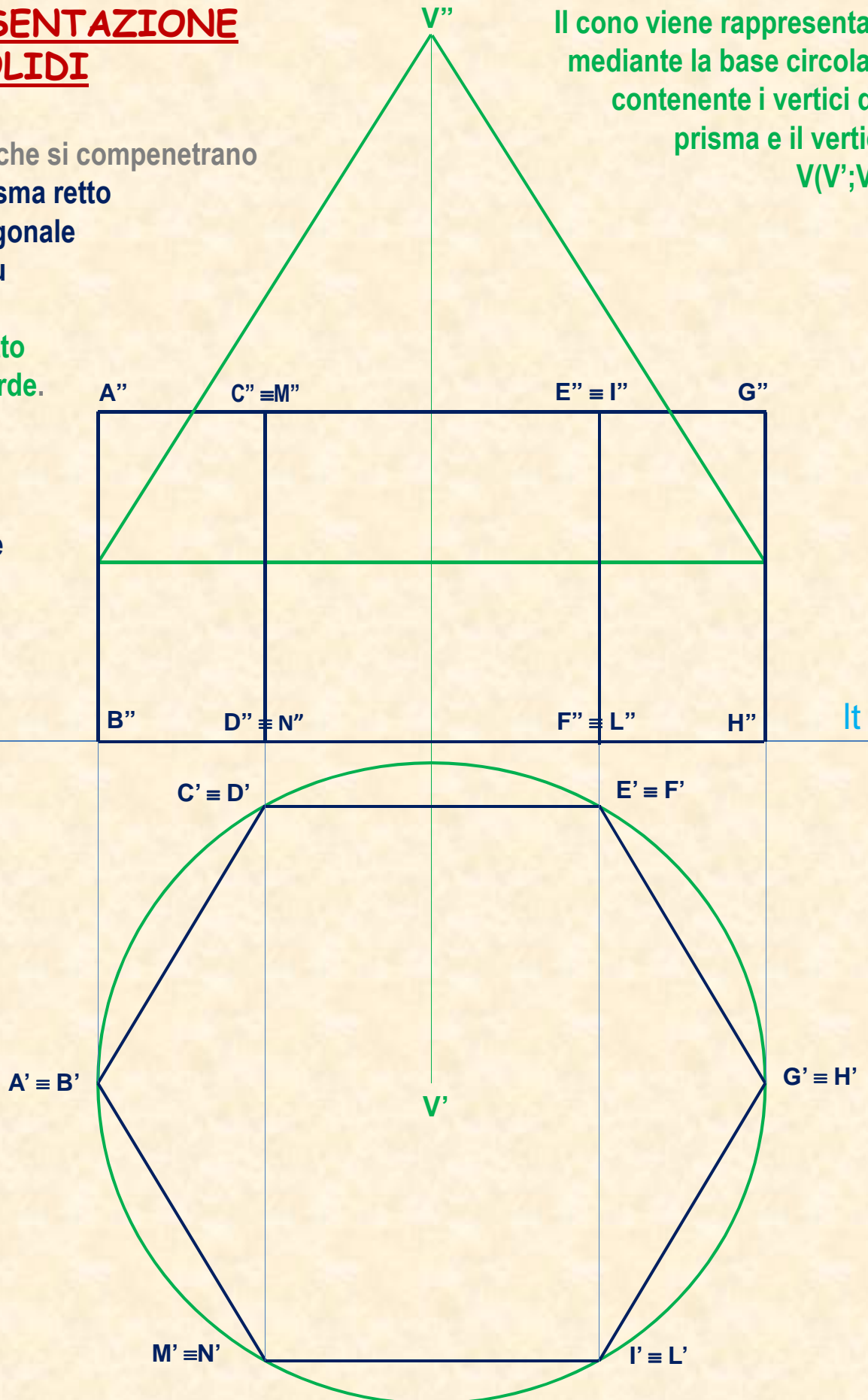
Per approfondimenti consultare il sito
<http://www.webalice.it/eliofragassi>

RAPPRESENTAZIONE DEI SOLIDI

I due solidi che si compenetrano sono un **prisma retto a base esagonale** in colore blu ed un **cono circolare retto** in colore verde.

Del prisma sono identificati e proiettati i vertici delle basi.

Il cono viene rappresentato mediante la base circolare contenente i vertici del prisma e il vertice $V(V';V'')$



RIDERCA DELLA PROCEDURA GEOMETRICO-DESCRITTIVA

Il procedimento descrittivo consiste
nella ricerca dei punti

P (P'; P'')

ottenuti dalle intersezioni tra la
retta dinamica
generatrice

g(g'; g'')

del cono e la
retta proiettante
in prima

r(r'; r'')

delle facce
lateralali

del prisma a

base esagonale

secondo la

segunte

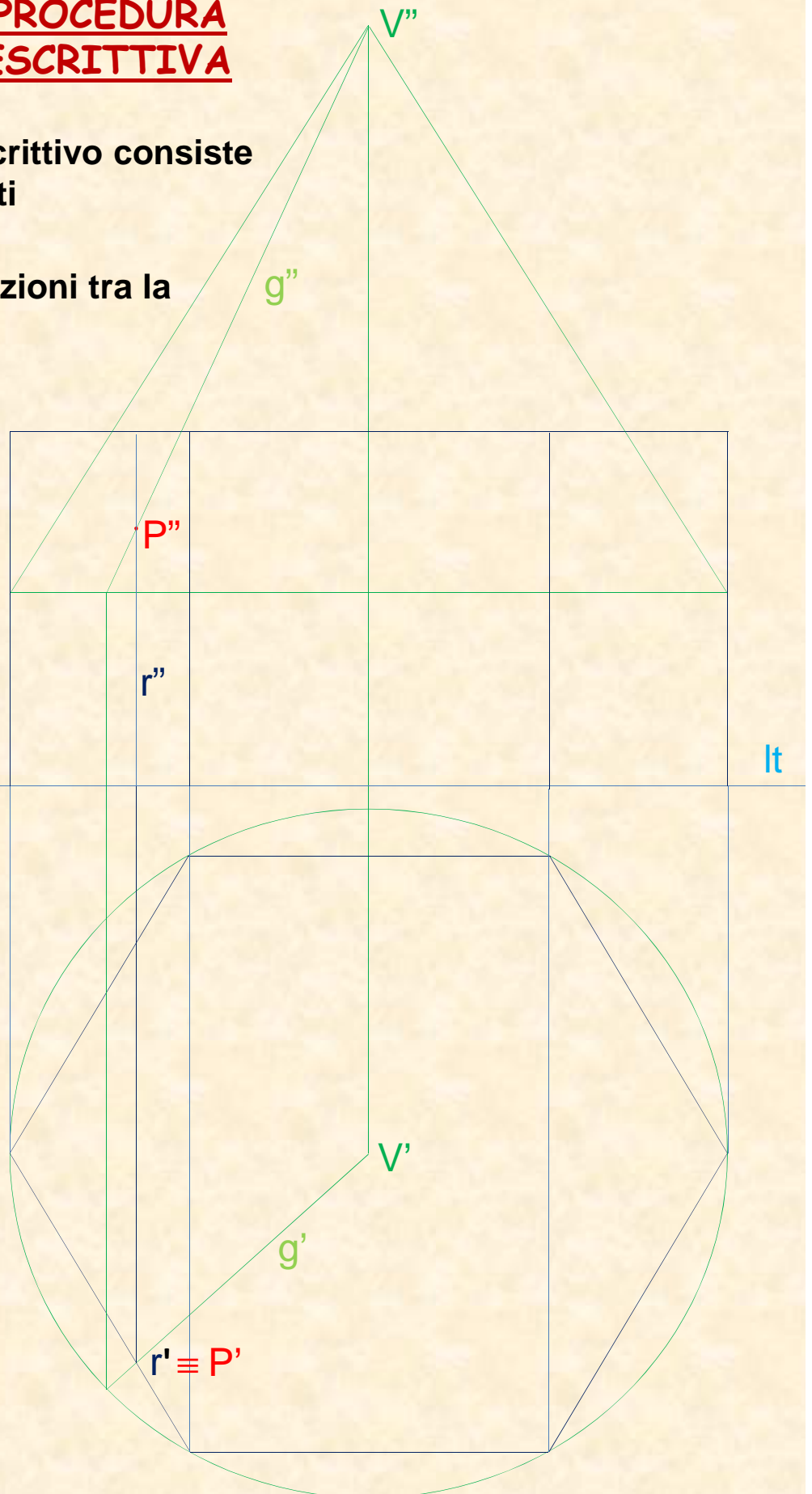
relazione

descrittiva

$$g \cap r \Rightarrow P$$

che scomposta
nelle due
proiezioni
determina

$$\begin{cases} g' \cap r' \Rightarrow P' \\ g'' \cap r'' \Rightarrow P'' \end{cases}$$



APPLICAZIONE DELLA PROCEDURA E DEFINIZIONE DEL RISULTATO SULLE FACCE LATERALI

Se la faccia laterale del prisma (che è un piano) taglia il cono stiamo descrivendo una curva punteggiata ottenuta come intersezione della retta dinamica (generatrice delle falde del cono) con un piano (faccia del prisma). La sezione che si ottiene (ramo dell'iperbole) è **una linea curva ℓ** descritta dalla sommatoria delle intersezioni tra la retta g (generatrice dinamica) e il piano φ (faccia del prisma) secondo la seguente legge:

$$\ell = \sum(g \cap r \in \varphi)$$

dove

ℓ = linea

\sum = sommatoria

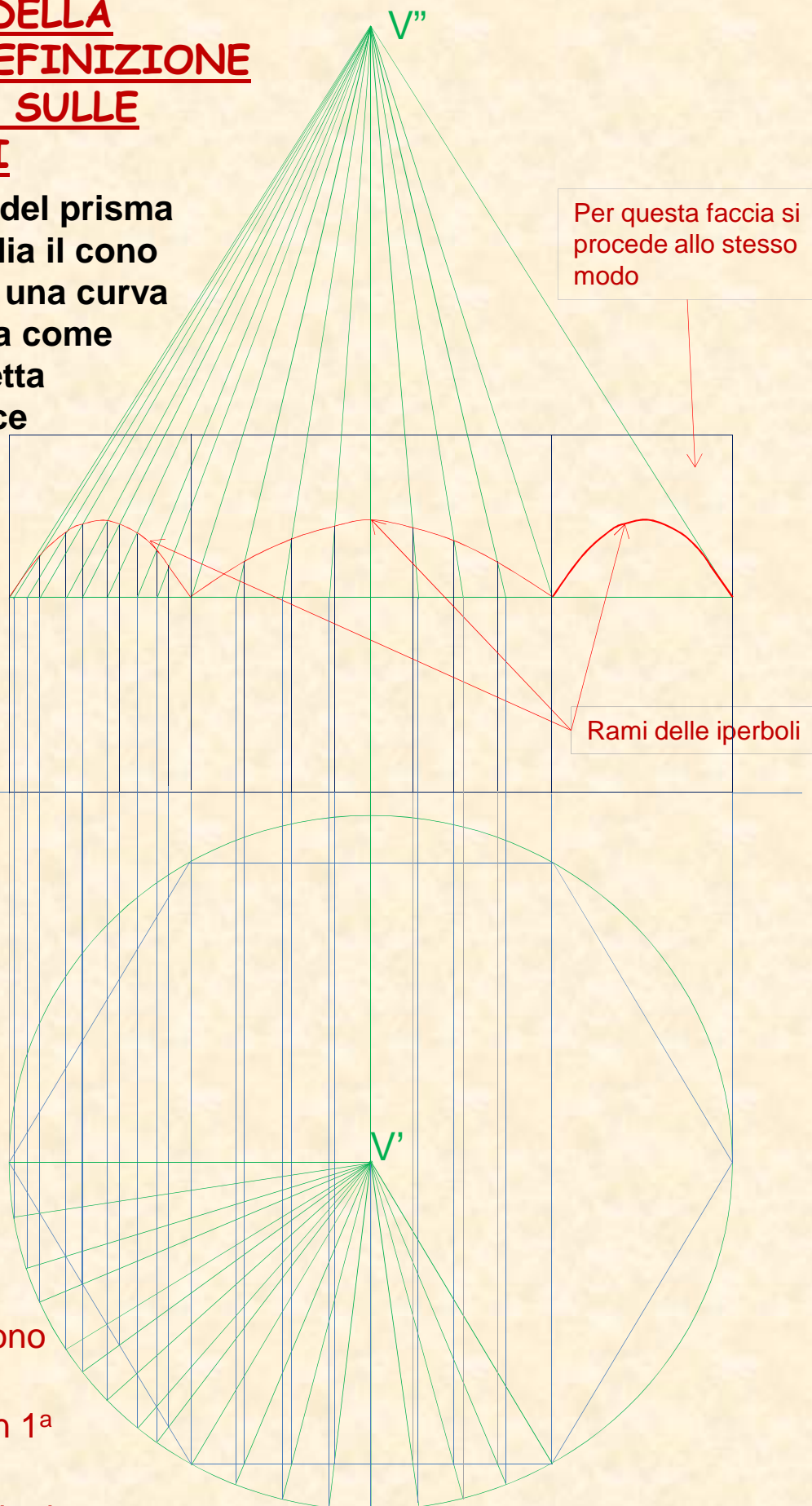
g = generatrice del cono

\cap = intersezione

r = retta proiettante in 1^a

\in = appartiene

φ = faccia laterale del prisma



**APPLICAZIONE DELLA PROCEDURA
ALLA BASE SUPERIORE E
DEFINIZIONE DEL RISULTATO**

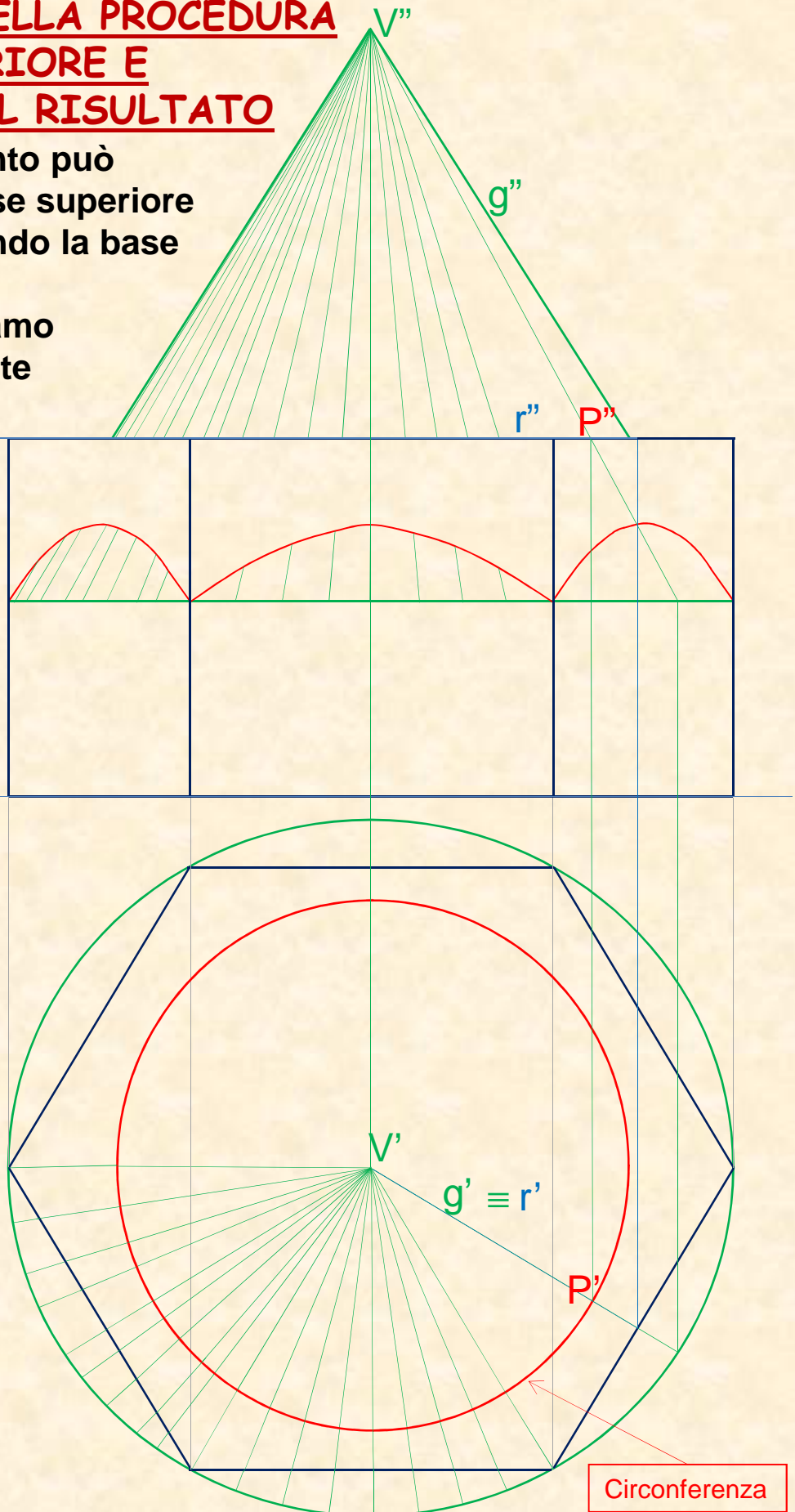
Lo stesso ragionamento può essere fatto per la base superiore del prisma considerando la base come un piano rigato. In questo caso possiamo intersecare queste rette orizzontali (r)

appartenenti al piano della base con le generatrici (g) del cono.

Determiniamo, così, una serie di punti (P) che sommati tra loro costituiscono una circonferenza espressa come:

$$c = \sum (g \cap r \in \varphi)$$

In questo caso poiché il piano della base è ortogonale all'asse del cono le generatrici intersecano il piano in punti equidistanti dall'asse per cui è sufficiente un solo punto di intersezione per determinare il raggio della circonferenza che ha centro coincidente con l'asse del cono



IDENTIFICAZIONE DEGLI ELEMENTI RISULTANTI

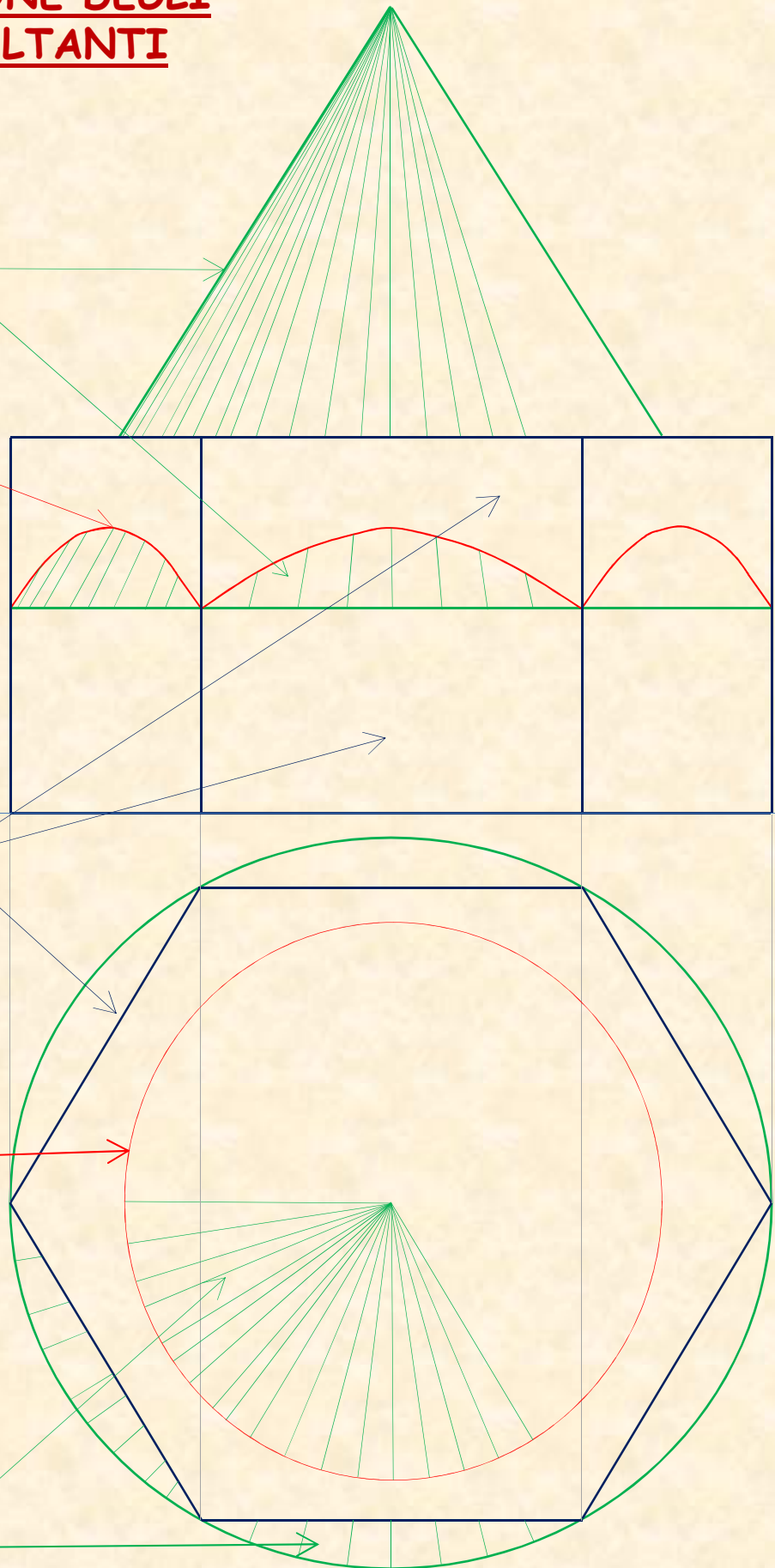
Porzioni di cono

Linea d'intersezione tra le facce laterali del prisma e il cono originata dalla somma dei rami delle iperboli

Porzioni di prisma

Linea d'intersezione tra la base superiore del prisma ed il cono che origina la circonferenza

Porzioni di cono



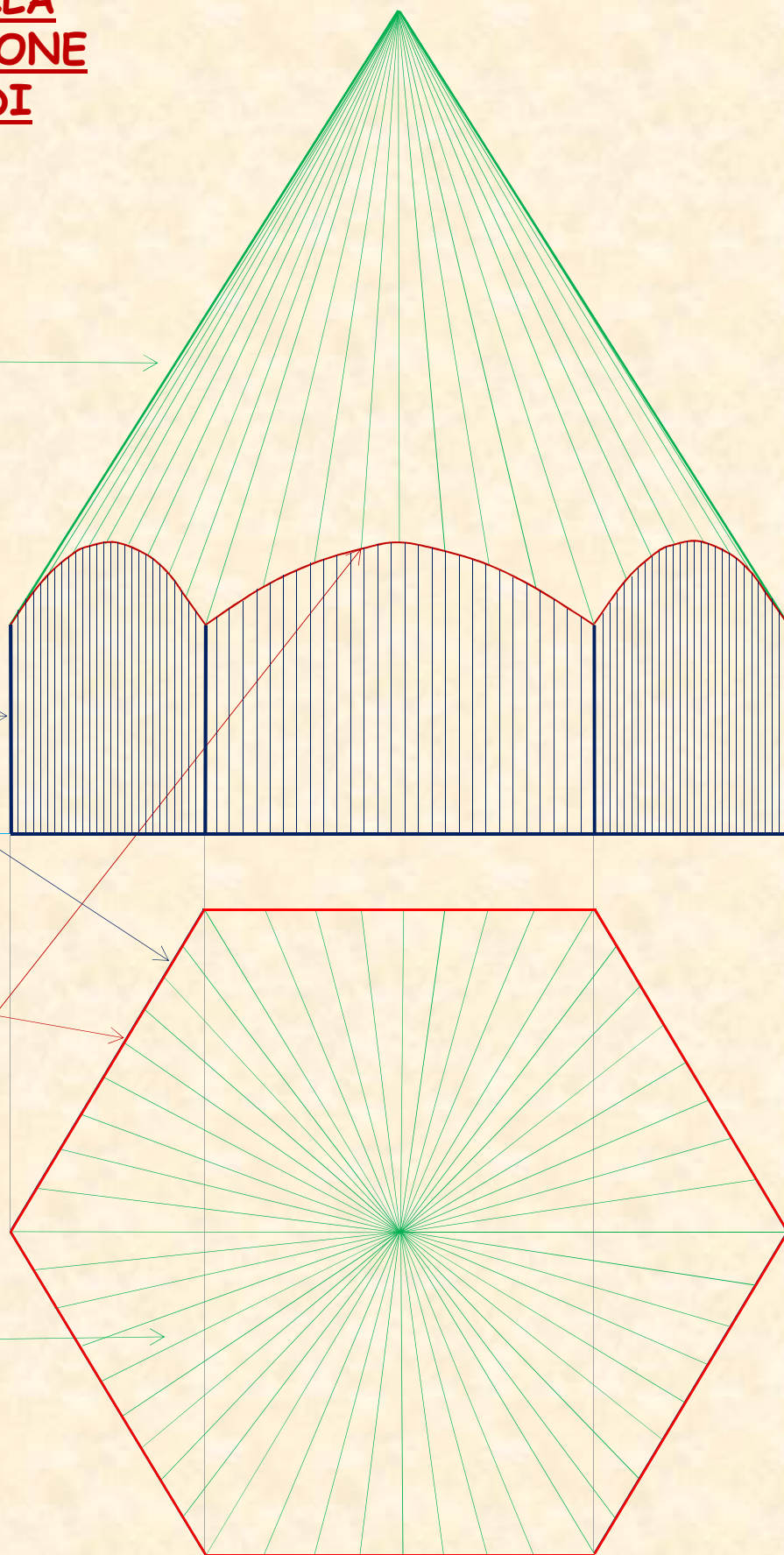
RISULTATO DELLA COMPENETRAZIONE DEI DUE SOLIDI

Il cono

Il prisma

Linea di intersezione
tra le facce del prisma
e il cono che
generano i sei rami
delle iperboli

Il cono

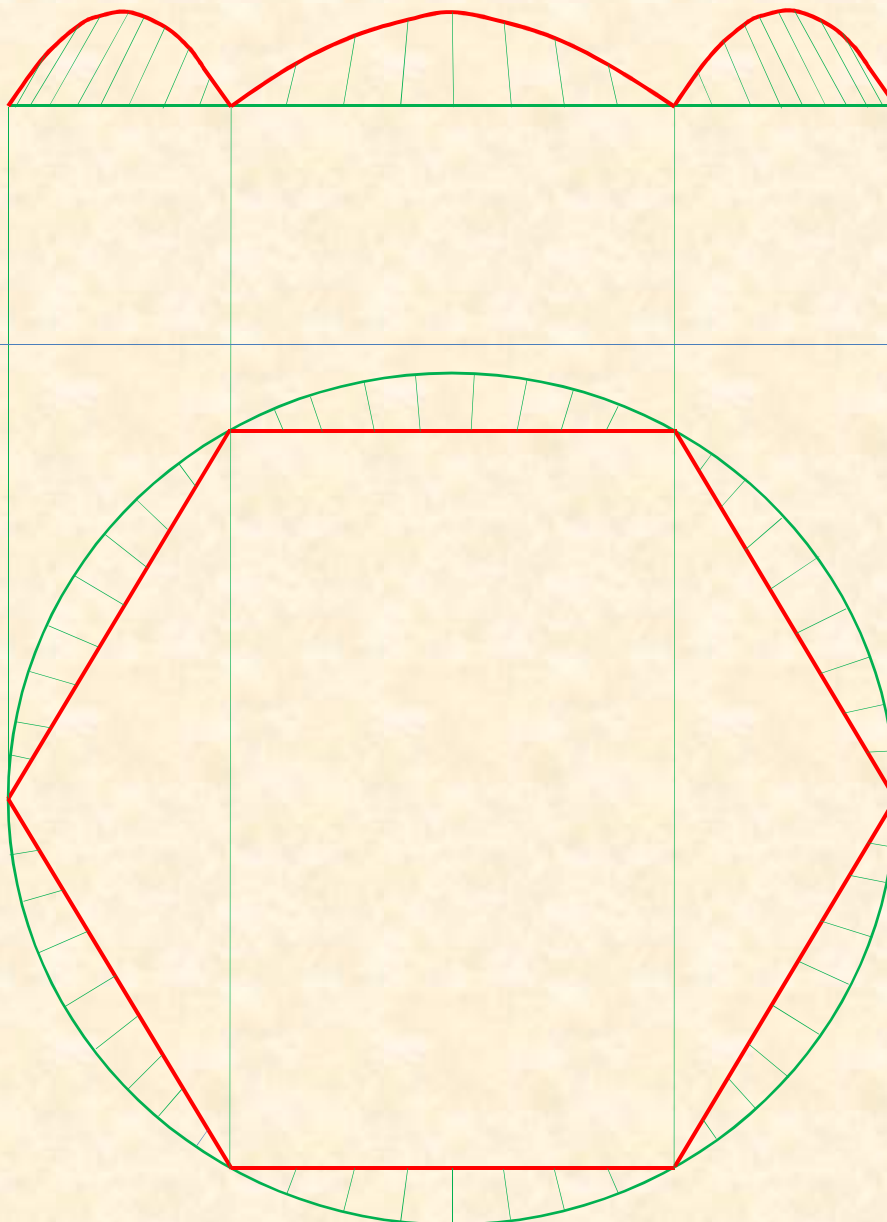


SOLIDO SOTTRATTO DAL CONO

Il risultato della compenetrazione, della pagina precedente, è stato ottenuto isolando e sottraendo ai solidi originari alcune porzioni.

Per individuare ed isolare queste porzioni sono state eseguite operazioni geometriche elementari come l'intersezione tra rette.

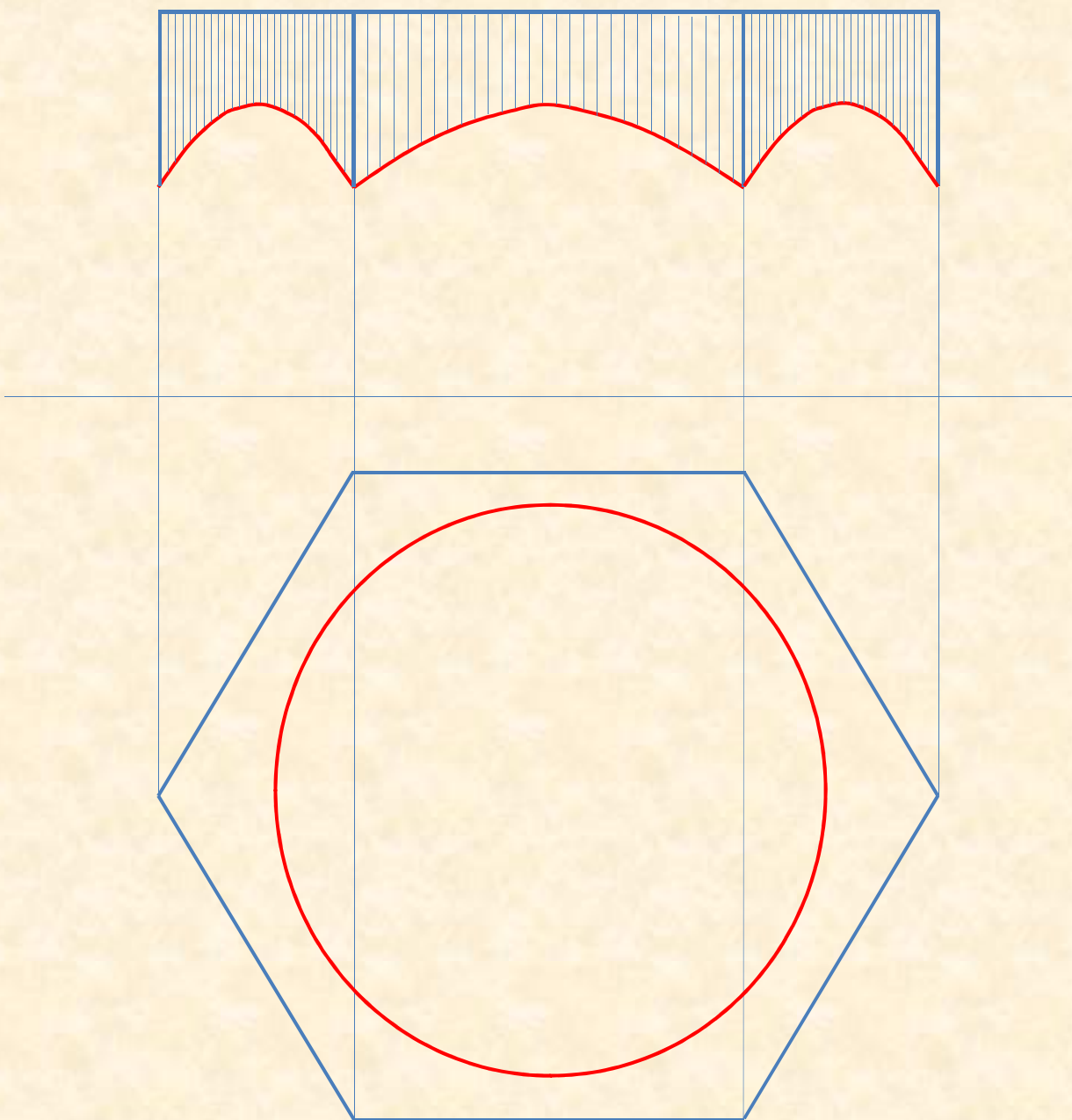
Mediante questa operazione sono stati definiti luoghi di punti che, sommati tra loro, seguendo precise leggi, hanno composto le figure geometriche, dette coniche, secondo le quali effettuare le operazioni booleane di somma e/o sottrazione dei solidi in oggetto



SOLIDO SOTTRATTO DAL PRISMA

Poiché le facce del prisma sono superfici piane mentre la superficie laterale del cono è curva, sommando i punti ottenuti dalle intersezioni di rette (retta generatrice per il cono e rigate piane per le facce del prisma) si determinano i luoghi geometrici delle sezioni che sono le seguenti coniche.

- 1) Sei rami di iperboli per le facce laterali –un ramo per ogni faccia
- 2) Una circonferenza per la base superiore



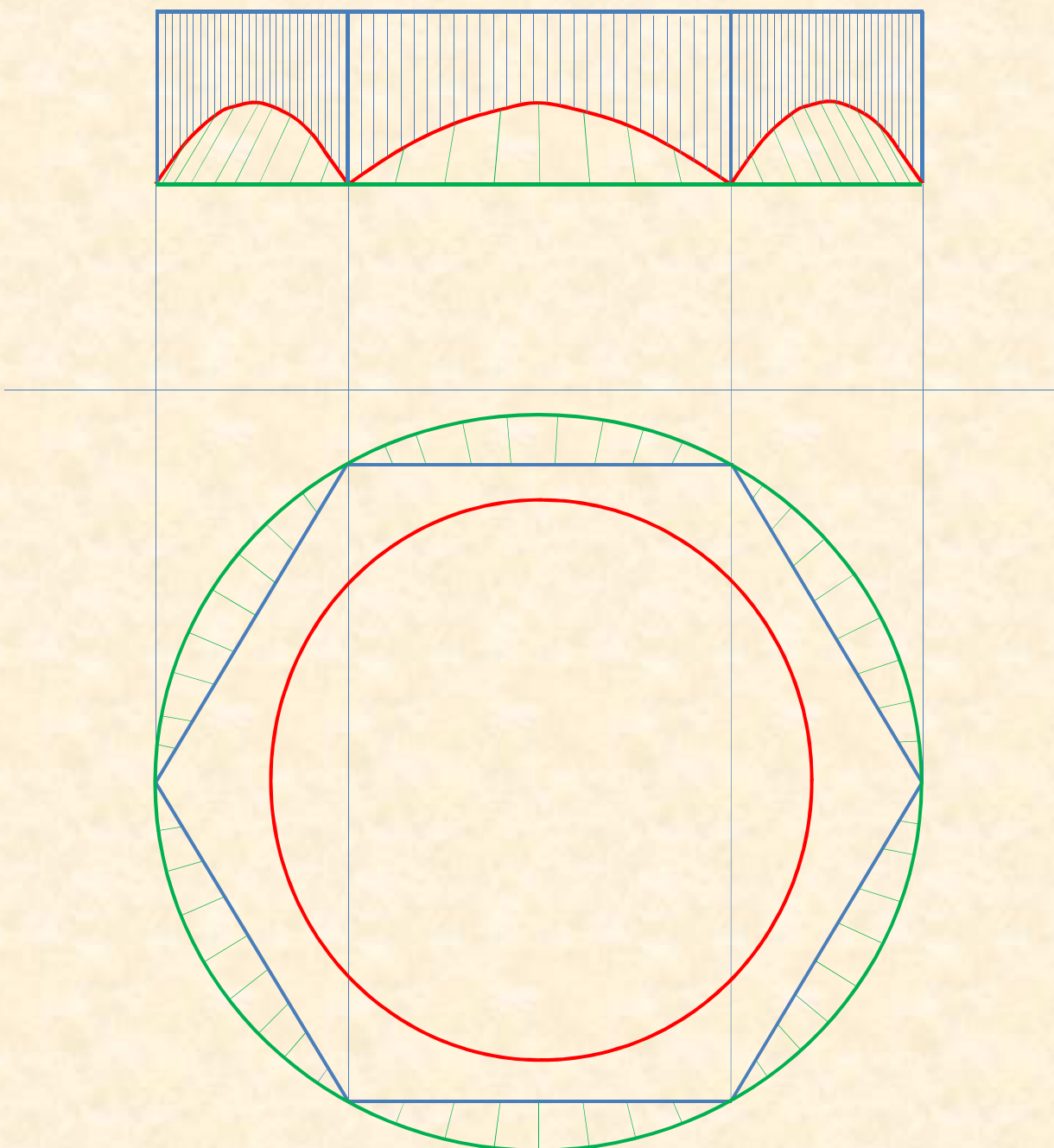
SOMMA DEI SOLIDI SOTTRATTI AL PRISMA E AL CONO

A proposito di quanto sopra si ricorda che:

L'operazione di intersezione genera un ente geometrico

L'operazione di sezione genera una figura piana

L'operazione di compenetrazione genera forme solide



Per maggiore completezza ed approfondimento degli argomenti si può consultare il seguente sito

<http://www.webalice.it/eliofragassi>