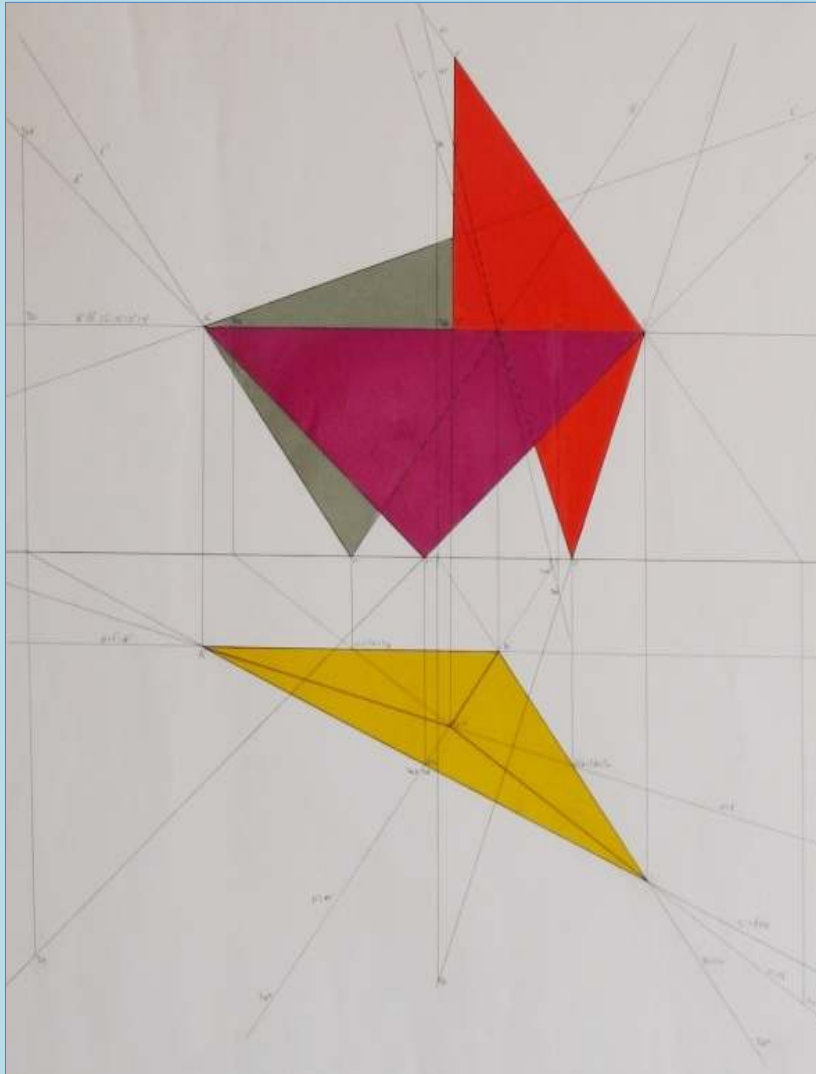


Geometria descrittiva dinamica

Indagine insiemistica sulla doppia proiezione ortogonale di Monge



LE OPERAZIONI GEOMETRICHE

**INTERSEZIONE TRA RETTE
PARALLELE**

RICERCA DEL PUNTO IMPROPRIO

Il disegno è stato eseguito nell'a. s. 2004/05
da **Gioannelli Francesca**
della classe 1°C

del Liceo Artistico **G. Misticoni** di Pescara
per la materia : "Discipline geometriche"

Insegnante: Prof. Elio Fragassi

Il materiale può essere riprodotto citando la fonte

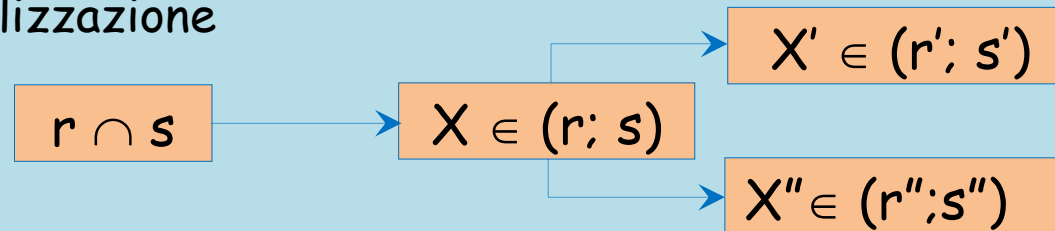
Autore Prof. Elio Fragassi

GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

Punto d'intersezione tra rette parallele : ricerca dinamica del punto improprio

Tra le operazioni geometriche, la più semplice è quella relativa all'intersezione tra due o più rette.

Se, ad esempio, prendiamo le rette r ed s , essa, come operazione geometrico - descrittiva restituisce, al termine del processo un punto che ha la caratteristica di appartenere, contemporaneamente, ad entrambe le rette come esplicitato dalla seguente formalizzazione



Il punto può essere un **punto reale**, ed allora avrà i valori di quota ed oggetto diversi da zero: $X(X' \neq 0; X'' \neq 0)$ perché posto nello spazio di uno dei quattro diedri.

Può essere anche un **punto reale unito** se risulta appartenere ad uno dei semipiani che individuano i diedri della rappresentazione oppure **unito alla linea di terra**.

In questi casi avremo il punto d'intersezione caratterizzato come di seguito

1- Punto unito a π_1^+ $X(X' \neq 0; X''=0)$

2- Punto unito a π_2^+ $X(X' = 0; X'' \neq 0)$

3- Punto unito a π_1^- $X(X' \neq 0; X''=0)$

4- Punto unito a π_2^- $X(X' = 0; X'' \neq 0)$

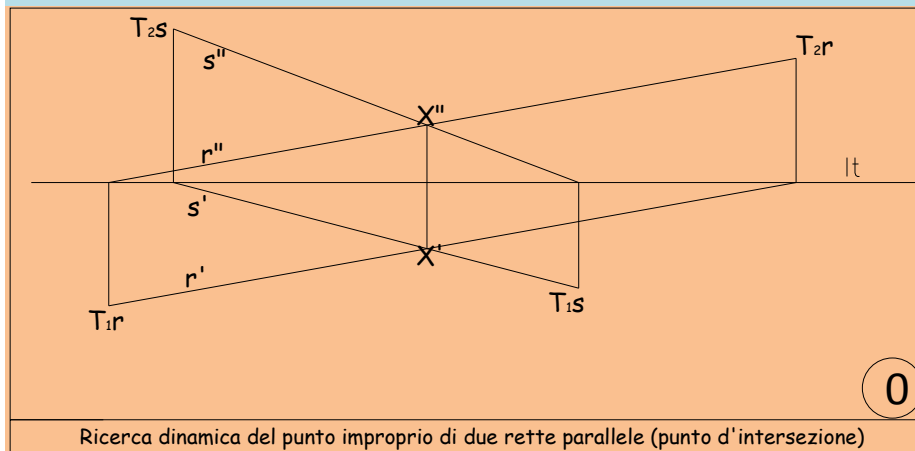
5- Punto unito a lt $X(X' = 0; X''=0)$

GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

Ricerca dinamica del punto improprio (1)

Il "punto reale", analizzato nella precedente slide, può trasformarsi in un "punto improprio".

Nei disegni che seguono analizziamo, quindi, come accade e cosa accade quando il punto d'intersezione di due rette diventa un punto improprio



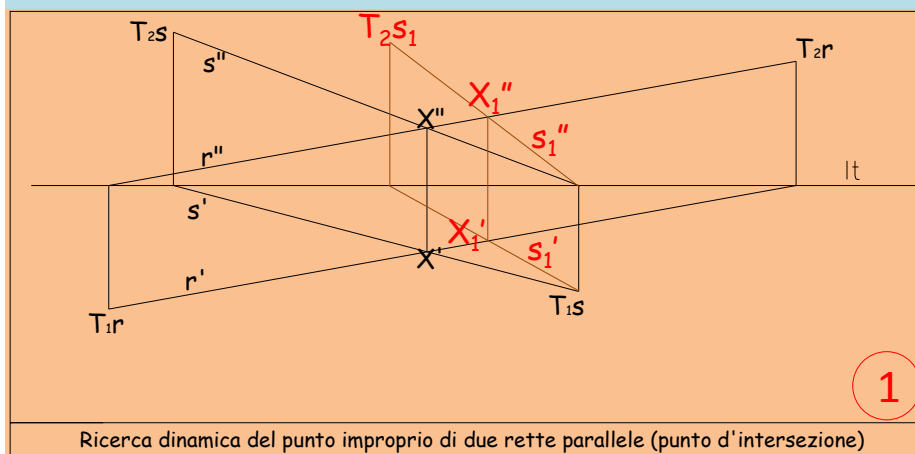
0 Siano assegnate le due rette r ed s rappresentate mediante le rispettive tracce e proiezioni

$r(r'; r''); (T_{1r}; T_{2r})$

$s(s'; s''); (T_{1s}; T_{2s})$

e sia definito il loro punto d'intersezione

$X(X'; X'')$



1 Immaginiamo di tenere fissa la retta r e muovere la retta s nella posizione s_1 facendo in modo che il punto X sia sempre il punto d'intersezione tra le due rette in modo che sia:

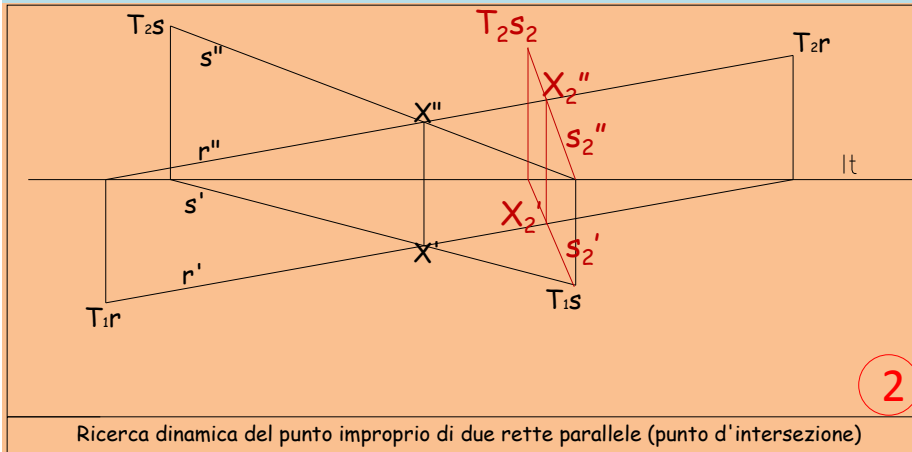
$(r \cap s_1)$

$\rightarrow X_1 \in (r; s_1)$

$\rightarrow X_1' \in (r'; s_1')$
 $X_1'' \in (r''; s_1'')$

GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

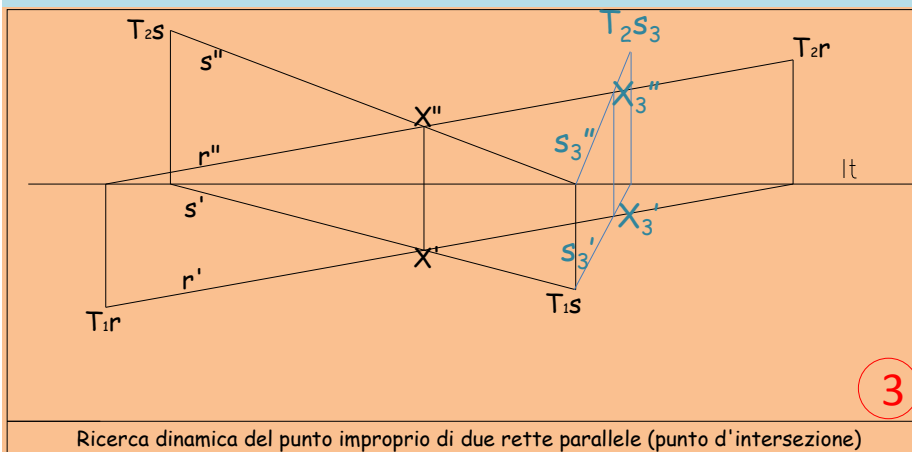
Ricerca dinamica del punto improprio (2)



2 Immaginiamo di spostare ulteriormente la retta s nella posizione 2 facendo in modo che si intersechi ancora con la retta r nel punto X_2 in modo da avere:

$$(r \cap s_2) \rightarrow X_2 \in (r; s_2) \rightarrow \begin{matrix} X_2' \in (r'; s_2') \\ X_2'' \in (r''; s_2'') \end{matrix}$$

ed ancora

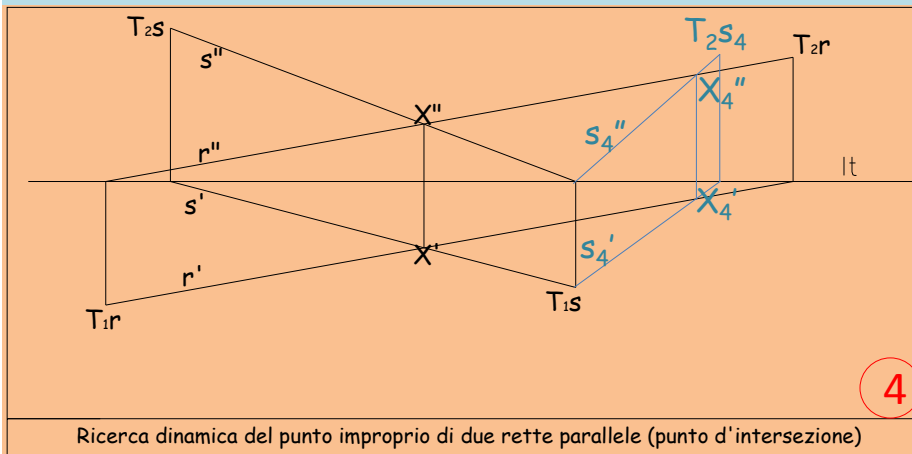


3 Immaginiamo di far scorrere ancora la retta s nella posizione 3 facendo in modo che intersecandosi, ancora, con la retta r determini il punto X_3 come di seguito sintetizzato:

$$(r \cap s_3) \rightarrow X_3 \in (r; s_3) \rightarrow \begin{matrix} X_3' \in (r'; s_3') \\ X_3'' \in (r''; s_3'') \end{matrix}$$

GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

Ricerca dinamica del punto improprio (3)

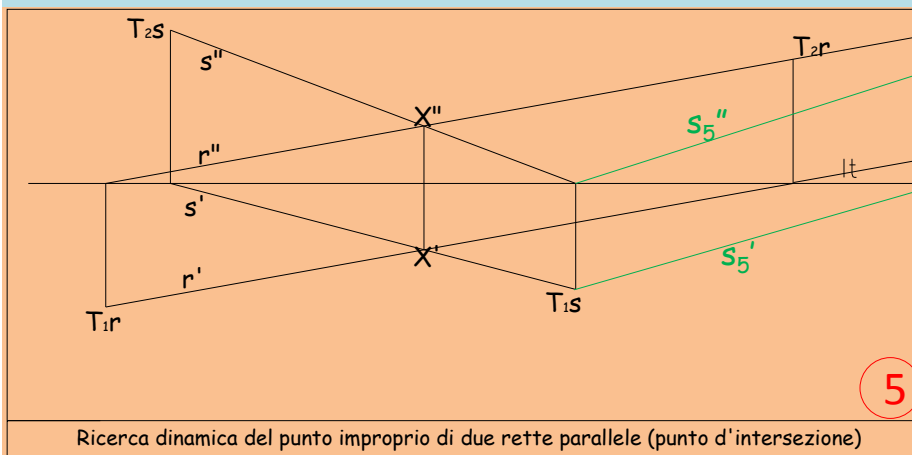


4 Immaginiamo di spostare ulteriormente la retta s nella posizione 4 facendo in modo che si intersechi ancora con la retta r nel punto X_4 in modo da avere:

$$(r \cap s_4)$$

$$\rightarrow X_4 \in (r; s_4)$$

$$\rightarrow \begin{matrix} X_4' \in (r'; s_4') \\ X_4'' \in (r''; s_4'') \end{matrix}$$



ed ancora

5 Immaginiamo di spostare ancora la retta s nella posizione 5 facendo in modo che intersecandosi, ancora, con la retta r determini il punto X_5 come di seguito sintetizzato:

$$(r \cap s_5)$$

$$\rightarrow X_5 \in (r; s_5)$$

$$\rightarrow \begin{matrix} X_5' \in (r'; s_5') \\ X_5'' \in (r''; s_5'') \end{matrix}$$

continuando ancora a spostare la retta s accade che:

GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

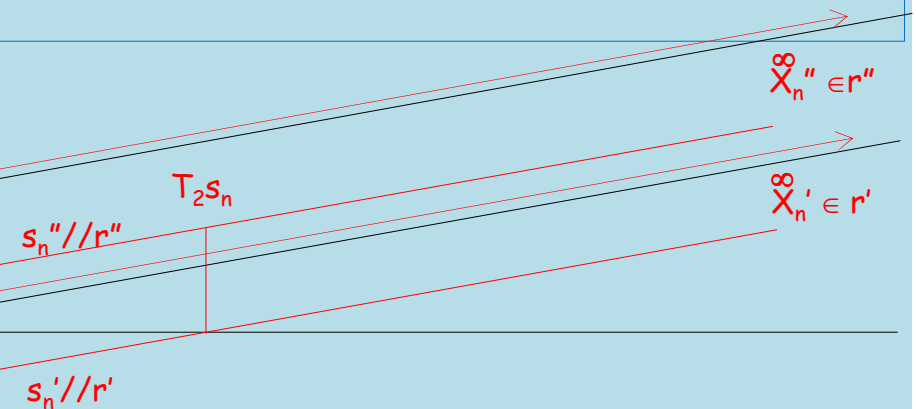
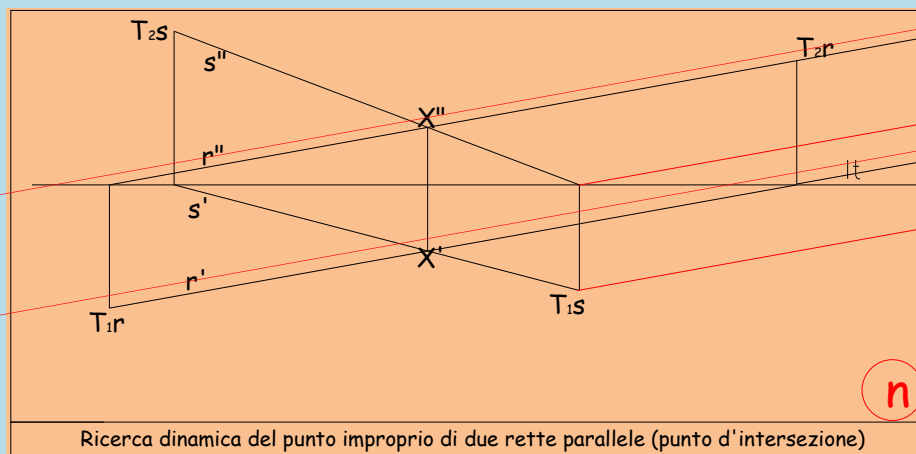
Ricerca dinamica del punto improprio (4)

Immaginiamo di continuare a spostare la retta s fino ad una posizione s_n tale da collocarla in rapporto di parallelismo con la retta fissa r . Ricordando la condizione di parallelismo tra due rette possiamo esprimerla, con riferimento ad s_n ed r nel modo seguente:

$$(s_n // r) \rightarrow (s_n' // r'; s_n'' // r'')$$

n In questo caso, analizzando le varie posizioni della retta s nelle slide precedenti si può stabilire la presenza del concetto di invariante geometrico o di costanza d'intersezione tra le due rette per cui alla posizione ennesima di s_n anche se le due rette risulteranno parallele avremo un punto d'intersezione così definito:

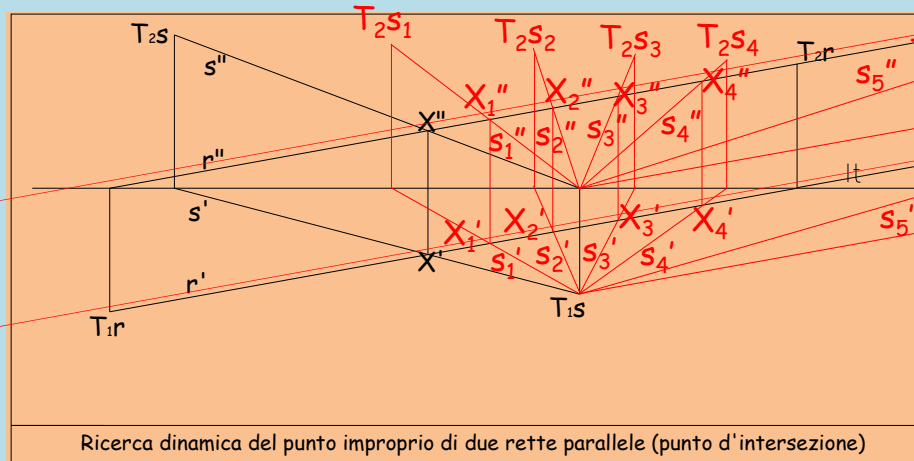
$$r \cap s_n(s_n'; s_n'') \rightarrow X_n(X_n'^{\infty}; X_n''^{\infty}) \in (r; s)$$



GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

Ricerca dinamica del punto improprio (5)

Sintetizzando il movimento in un'unica immagine si ha:



Il punto reale X si sposta nelle posizioni $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_n^\infty$ fino a diventare, nella posizione ennesima, improprio quando le due rette si predisporranno in rapporto di parallelismo.

La legge descrittiva del parallelismo tra rette afferma che:

due rette sono parallele se tali sono le rispettive omonime proiezioni

quindi poiché $(r' // s_n'; r'' // s_n'')$ sarà $(r // s)$ e di conseguenza

$(r // s)$

$(r \cap s)$

$[X^\infty \in (r; s)]$

$X'^\infty \in (r'; s')$

$X''^\infty \in (r''; s'')$

GEOMETRIA DESCRITTIVA DINAMICA

Ricerca dinamica del punto improprio (6)

Possiamo sintetizzare il processo di ricerca con le seguenti definizioni verbali

Se due o più rette sono parallele esiste il relativo punto d'intersezione che è solo e solamente un punto improprio

reciprocamente

Due o più rette passanti per un punto improprio sono solo e solamente rette parallele tra esse

Inoltre dedurre che

Se nell'esecuzione di una rappresentazione descrittiva ci troviamo in presenza di un punto improprio sappiamo che ad esso va associata la legge geometrica del parallelismo tra rette e,

reciprocamente,

alla legge sul parallelismo tra rette deve essere associato il concetto di punto improprio.

Per maggiore completezza ed approfondimento degli argomenti si può consultare il seguente sito

<http://www.webalice.it/eliofragassi>