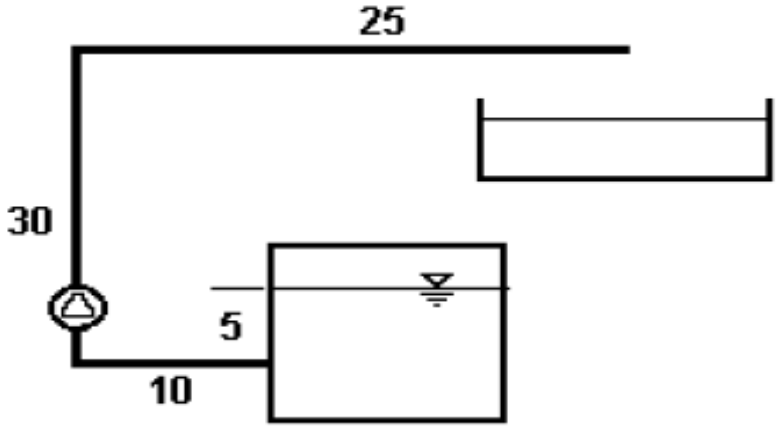
ESERCIZIO N°3 (macchine operatrici - pompe)

Una conduttura del diametro interno di 60mm, scabrezza assoluta 300µm, è collegata ad un serbatoio in pressione (p=2.1bar assoluti) che contiene un fluido le cui caratteristiche sono densità 850kg/m³, viscosità dinamica = 0.01 Ns/m². Il circuito, che prevede la presenza di una pompa, è schematizzato nella figura annessa dove sono riportate alcune lunghezze in metri. Utilizzando quale coefficiente per le perdite di carico concentrate 0.8, si richiede di valutare:

1) la potenza della pompa (rendimento unitario), se portata di fluido nel condotto vale 6kg/s;
2) la portata di liquido che fluirebbe nel circuito in assenza di pompa.



Svolgimento :

PUNTO 1)

Come primo approccio, determiniamo la portata volumetrica :

$Qv = Qm / \varrho$.

$Qv = 6 / 850 = 0{,}00706\ m^3/s$.

In seconda analisi, calcoleremo la velocità del liquido nella tubazione, ovverosia :

$c = Qv / As$.

dove :

$As = \pi \cdot d^2 / 4$.

$As = \pi \cdot 0{,}060^2 / 4 = 0{,}00283\ m^2$.

Infine, con i dati a disposizione, possiamo determinare la velocità media :

$c = 0{,}00706 / 0{,}00283 = 2{,}5\ m/s$ → il valore rientra in quelli consigliati.

Mediante la relazione di Reynolds, possiamo determinare se il moto nel condotto è laminare o turbolento, ovverosia, applicando il criterio, avremo :

Re = c · d · ϱ / ⍰ .

dove :

c = velocità media del liquido nella tubazione; nel nostro caso vale 2,5 m/s ;

d = diametro interno della tubazione; nel nostro caso vale 0,060 m ;

ϱ = densità del liquido processato ; nel nostro caso vale 850kg/m³ ;

⍰ = viscosità dinamica ; nel nostro caso vale 0.01 Ns/m² ;

sostituendo i tutti i termini letterali, nell' equazione precedente, con tutti i valori numerici noti, avremo :

Re = 2,5 · 0,060 · 850 / 0,01 = 12750 .

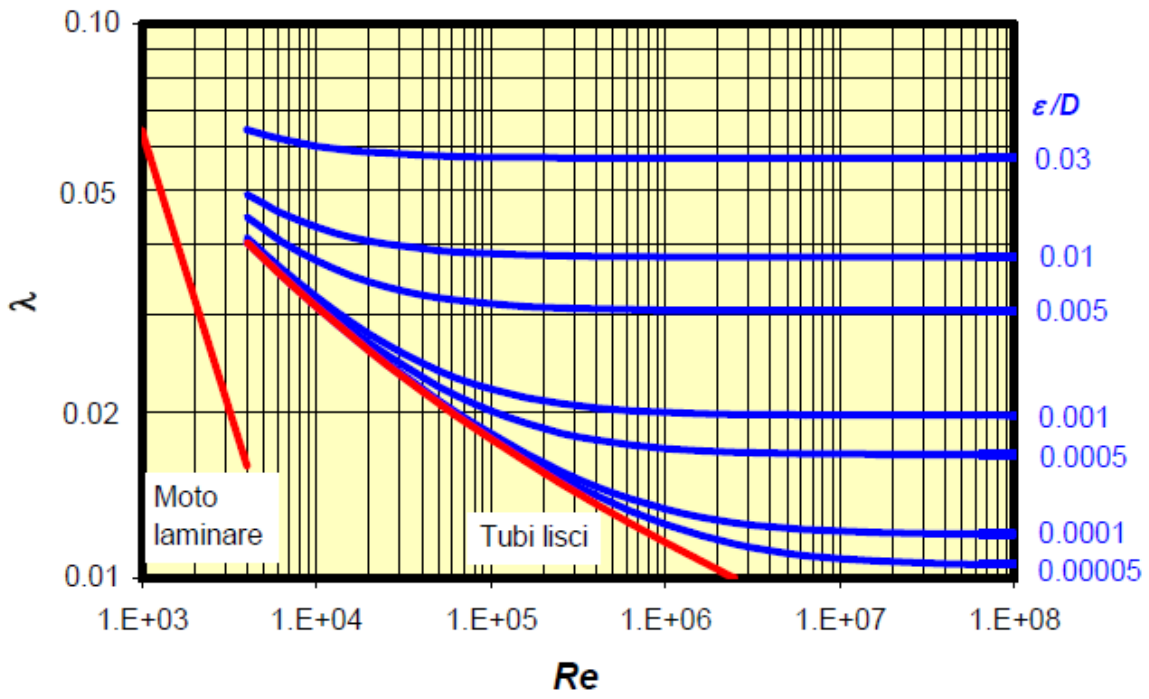
Per *Re*>10000 il moto è completamente turbolento, come nel nostro specifico caso; per i valori intermedi (2000 < *Re* < 10000) si ha una regione di transizione .

Valutiamo, adesso, le perdite di carico distribuite mediante l'equazione di Darcy-Weisbach:

y = λ · (L · c² / 2 · g · d) ;

dove :

λ = coefficiente detto *coefficiente di Darcy* ; quest'ultimo dipende dal numero di Reynolds e dalla rugosità relativa del condotto (ε/d, adimensionale) che rappresenta la rugosità media della superficie del condotto ε, nel nostro caso corrisponde a 300µm, normalizzata rispetto al diametro idraulico del condotto stesso. La dipendenza di λ da *Re* ed ε/d è espressa graficamente nel diagramma, riportato sotto, detto *diagramma di Moody* ;



L = lunghezza del condotto ; nel nostro caso vale: (10 + 30 + 25) = 65 m .

c = velocità media del liquido nella tubazione; nel nostro caso vale 2,5 m/s ;

d = diametro interno della tubazione; nel nostro caso vale 0,060 m .

Ora, determiniamo il valore di λ o coefficiente *di Darcy* :

la rugosità relativa del condotto diviene ε/d = 0,300 / 60 = 0,005 (adimensionale) ;

disponendo del numero di Reynolds e della rugosità relativa, basta interpolare sul diagramma di Moody e ricavare il valore del coefficie λ .

Oppure, nel campo del moto puramente turbolento all'interno di tubi scabri, l'indice di resistenza può essere espresso soltanto in funzione della scabrezza della tubazione annullandosi l'influenza della viscosità della corrente, cosicché, l'indice di resistenza può essere espresso attraverso la formula di Prandtl:

$\lambda = 1 / [-2 \cdot \log (\varepsilon / 3{,}71 \cdot d)]^2$;

$\lambda = 1 / [-2 \cdot \log (0{,}000300 / 3{,}71 \cdot 0{,}060)]^2 = 0{,}0303$.

Con i dati noti, possiamo ricavare :

$y = 0{,}0303 \cdot (65 \cdot 2{,}5^2 / 2 \cdot g \cdot 0{,}060) = 10{,}5$ m .

Valutiamo, adesso, le perdite di carico concentrate con la seguente relazione :

$yh = \Sigma k \cdot (c^2 / 2 \cdot g)$.

$yh = 0{,}8 \cdot [2{,}5^2 / (2 \cdot g)] = 0{,}25$ m .

Le perdite di carico totali risultano :

$\Sigma Y = y + yh$;

$\Sigma Y = 10{,}5 + 0{,}25 = 10{,}75$ m .

Ora, eseguiremo il calcolo della prevalenza manometrica, ricordando la seguente relazione :

$Hm = Hg + \Sigma Y + [(p_2 - p_1) / \Upsilon] + [(c_2^2 - c_1^2) / 2 \cdot g]$.

Porremo $c_2 = c_1$, essendo le due velocità nelle condotte costanti; della relazione precedente rimangono i seguenti termini letterali :

$Hm = Hg + \Sigma Y + [(p_2 - p_1) / \Upsilon]$;

dove :

Hg = altezza geodetica ; nel nostro caso è la distanza tra il pelo libero del serbatoio di aspirazione e la massima altezza del tubo di mandata, ovverosia : 25 m ;

ΣY = perdite di carico totali (distribuite + localizzate) ;

p_1 = pressione assoluta regnante nel serbatoio di aspirazione : 2.1bar → 210000 N/m² (Pa) ;

p_2 = pressione assoluta regnante in uscita del tubo di mandata : 1,013 bar → 101325 N/m² (Pa) ;

sostituendo i tutti i termini letterali, nell' equazione precedente, con tutti i valori numerici noti, avremo :

Hm = 25 + 10,75 + [(101325 - 210000) / 850 · g] = 22,70 m .

La potenza idraulica risulta essere :

Pi = Hm · ϒ · Qv ;

Pi = 22,70 · 850 · g · 0,00706 = 1335 w .

La potenza della pompa, essendo il rendimento totale ηp unitario, corrisponde alla potenza di tipo idraulico calcolata in precedenza .

PUNTO 2)

In assenza di pompa e per verificare se esiste davvero deflusso di liquido, è necessario, dapprima, verificare se la pressione relativa all' interno del serbatoio di mandata è sufficiente a vincere l' altezza geodetica + le perdite di carico totali + pressione atmosferica ; per cui deve essere soddisfatta la seguente relazione :

p_1 / ϒ > Hg + ΣY + p_1 / ϒ ;

210000 / 850 · g > 25 + 10,75 + 101325 / 850 · g

25,21 > 47,9 → non essendo soddisfatta la relazione, possiamo stabilire che non può avvenire il deflusso del liquido, ciononostante, in condizioni statiche, il liquido salirà, all' interno del tubo di mandata, di un' altezza, rispetto il pelo libero del serbatoio di mandata, pari a :

H = (p_1 - p_2) / ϒ ;

H = (210000 - 101325) / 850 · g = 13 m .

AUTORE : GUARDA LUCA