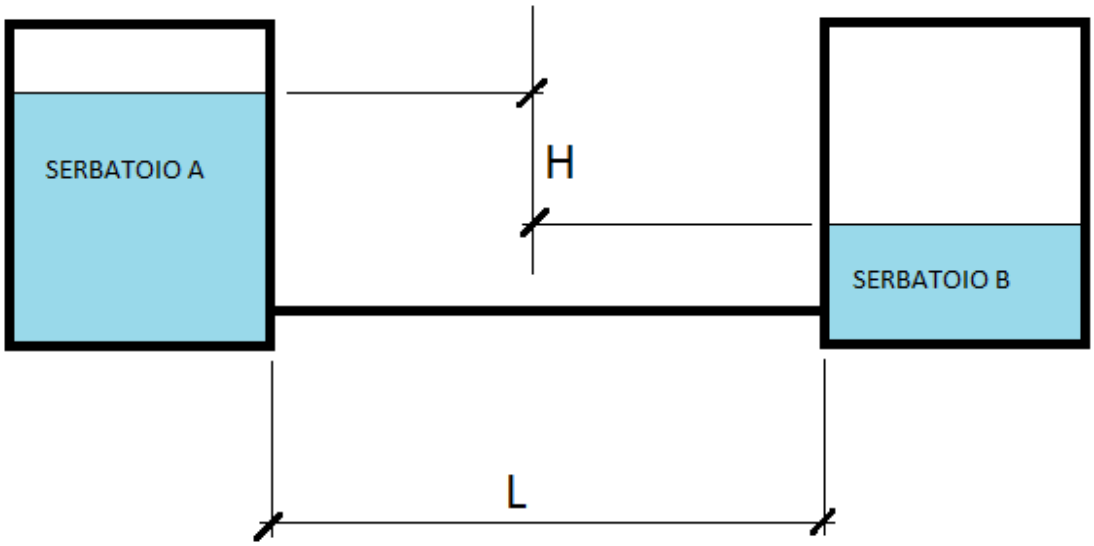
ESERCIZIO N°4 (macchine operatirci - pompe)

Due serbatoi A e B sono connessi da una tubazione di acciaio di diametro 60 cm lunghezza 9000 m, che si suppone abbia $\lambda = 0.02$. A si trova ad una quota 45 m superiore a B. Le perdite di carico concentrate, e l' altezza geodetica del pelo libero rispetto il fondo del serbatoio B sono trascurabili.

1) quale portata volumetrica fluisce da A a B in assenza di pompe?
2) che potenza di pompaggio è necessaria per pompare 0.625 m^3/s da A a B?
3) che potenza di pompaggio è necessaria per pompare 0.625 m^3/s da B ad A?
4) Determinare il valore effettivo di λ nel caso precedente se la tubazione ha una rugosità $\varepsilon = 900$ µm (assumere $\rho = 1000$ kg/m^3) .

Svolgimento :

PUNTO 1)



Nell' istante t = 0 secondi , per determinare la velocità di efflusso del liquido dal serbatoio A al serbatoio B, applicheremo il teorema di Bernoulli riferito alle due sezioni di controllo: la prima sezione, orizzontale, è riferita al pelo libero del serbatoio A e la seconda sezione, verticale, è riferita in corrispondenza del brusco allargamento del serbatoio B, di conseguenza avremo :

$$H + (pa / \Upsilon) = (pb / \Upsilon) + (c^2 / 2 \cdot g) + \Upsilon ;$$

dove :

H = dislivello geodetico tra i peli liberi dei due serbatoi; nel nostro caso corrisponde a 45 m ;

pa = pressione assoluta regnante nel serbatoio A : 1,013 bar → 101325 N/m² (Pa) ;

pb = pressione assoluta regnante nel serbatoio B : 1,013 bar → 101325 N/m² (Pa) ;

c = velocità media del liquido nella tubazione; nel nostro caso è l' incognita da determinare ;

Y = perdite di carico distribuite;

ricordando che le perdite di carico distribuite, mediante l'equazione di Darcy-Weisbach, corrispondono a :

$Y = \lambda \cdot (L \cdot c^2 / 2 \cdot g \cdot d)$;

dove:

L = lunghezza del condotto ; nel nostro caso vale 9000 m ;

d = diametro interno della tubazione; nel nostro caso vale 0,60 m ;

λ = coefficiente detto *coefficiente di Darcy* ; nel nostro caso vale 0,02 ;

sostituendo l'equazione di Darcy-Weisbach nell' equazione precedente, avremo :

$H + (pa / \Upsilon) = (pb / \Upsilon) + (c^2 / 2 \cdot g) + \lambda \cdot (L \cdot c^2 / 2 \cdot g \cdot d)$;

essendo identiche (pa = pb) , si possono elidere le due pressioni assolute nei serbatoi , e della relazione precedente rimangono i seguenti termini letterali :

$H = (c^2 / 2 \cdot g) + \lambda \cdot (L \cdot c^2 / 2 \cdot g \cdot d)$;

raccogliendo i termini ($c^2 / 2 \cdot g$) e, poi, a fattore comune, avremo :

$H = (c^2 / 2 \cdot g) + (c^2 / 2 \cdot g) \cdot (\lambda \cdot L / d)$;

$H = (c^2 / 2 \cdot g) \cdot (1 + \lambda \cdot L / d)$;

sostituendo tutti i termini letterali, nell' equazione sopra, con tutti i valori numerici noti, avremo :

$45 = (c^2 / 2 \cdot g) \cdot (1 + 0,02 \cdot 9000 / 0,6)$;

$45 = (c^2 / 2 \cdot g) \cdot 301$;

c = 1,7 m/s → il valore rientra in quelli consigliati .

In seconda analisi, determiniamo la portata volumetrica :

$Qv = As \cdot c$;

dove :

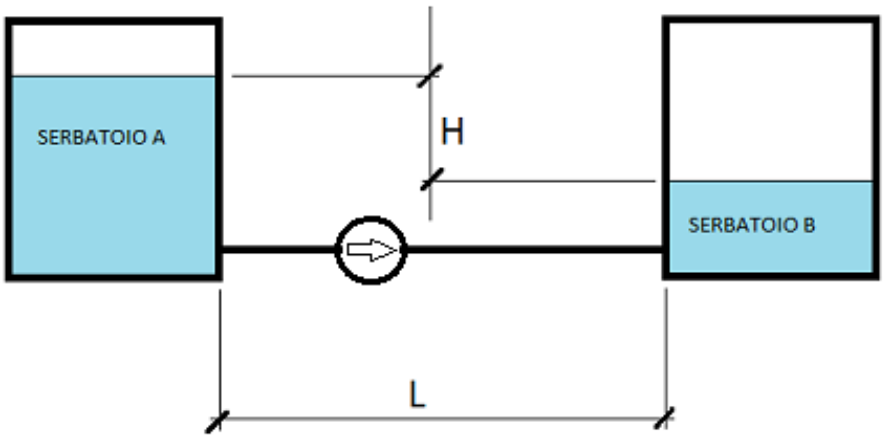
$As = \pi \cdot d^2 / 4$;

$As = \pi \cdot 0,60^2 / 4 = 0,283 \text{ m}^2$;

cosicché :

$Qv = 0,283 \cdot 1,7 = 0,48\ m^3/s$.

PUNTO 2)



Come primo approccio, determiniamo la velocità media del liquido nella tubazione, ovverosia :

$c = Qv / As$;

dove :

$As = \pi \cdot d^2 / 4$;

$As = \pi \cdot 0,60^2 / 4 = 0,283\ m^2$.

Infine, con i dati a disposizione, possiamo determinare la velocità media :

$c = 0,625 / 0,283 = 2,2\ m/s$ → il valore rientra in quelli consigliati.

Nell' istante t = 0 secondi, eseguiremo il calcolo della prevalenza manometrica, ricordando la seguente relazione :

$Hm = - H + [(p_2 - p_1) / \Upsilon] + Y$.

Per lo stesso motivo citato al punto 1, essendo identiche le due pressioni assolute nei serbatoi (pa = pb), della relazione precedente rimangono i seguenti termini letterali :

$Hm = - H + Y$;

ricordando, ancora, che le perdite di carico distribuite, mediante l'equazione di Darcy-Weisbach, corrispondono a :

$Y = \lambda \cdot (L \cdot c^2 / 2 \cdot g \cdot d)$;

dove:

L = lunghezza del condotto ; nel nostro caso vale 9000 m ;

d = diametro interno della tubazione; nel nostro caso vale 0,60 m ;

λ = coefficiente detto *coefficiente di Darcy* ; nel nostro caso vale 0,02 ;

avremo :

$Y = 0{,}02 \cdot (9000 \cdot 2{,}2^2 / 2 \cdot g \cdot 0{,}60) = 74{,}8$ m ;

sostituendo tutti i termini letterali, nell' equazione, di cui sopra, della prevalenza manometrica , con tutti i valori numerici noti, avremo :

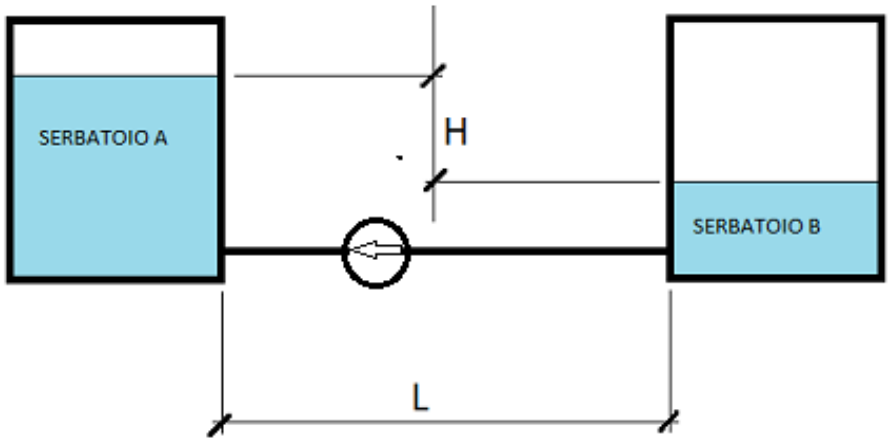
$Hm = - 45 + 74{,}8 = 29{,}8$ m .

Infine, la potenza idraulica risulta essere :

$Pi = Hm \cdot \Upsilon \cdot Qv$;

$Pi = 29{,}8 \cdot 1000 \cdot g \cdot 0{,}625 / 1000 = 182{,}5$ Kw .

PUNTO 3)



Come primo approccio, determiniamo la velocità media del liquido nella tubazione, ovverosia :

$c = Qv / As$;

dove :

$As = \pi \cdot d^2 / 4$;

$As = \pi \cdot 0{,}60^2 / 4 = 0{,}283$ m² .

Infine, con i dati a disposizione, possiamo determinare la velocità media :

$c = 0,625 / 0,283 = 2,2$ m/s → il valore rientra in quelli consigliati.

Nell' istante t = 0 secondi, eseguiremo il calcolo della prevalenza manometrica, ricordando la seguente relazione :

$Hm = H + [(p_2 - p_1) / \Upsilon] + Y$.

Per lo stesso motivo citato al punto 1, essendo identiche le due pressioni assolute nei serbatoi (pa = pb), della relazione precedente rimangono i seguenti termini letterali :

$Hm = H + Y$;

ricordando, ancora, che le perdite di carico distribuite, mediante l'equazione di Darcy-Weisbach, corrispondono a :

$Y = \lambda \cdot (L \cdot c^2 / 2 \cdot g \cdot d)$;

dove:

L = lunghezza del condotto ; nel nostro caso vale 9000 m ;

d = diametro interno della tubazione; nel nostro caso vale 0,60 m ;

λ = coefficiente detto *coefficiente di Darcy* ; nel nostro caso vale 0,02 ;

avremo :

$Y = 0,02 \cdot (9000 \cdot 2,2^2 / 2 \cdot g \cdot 0,60) = 74,8$ m ;

sostituendo tutti i termini letterali, nell' equazione, di cui sopra, della prevalenza manometrica , con tutti i valori numerici noti, avremo :

$Hm = 45 + 74,8 = 119,8$ m .

Infine, la potenza idraulica risulta essere :

$Pi = Hm \cdot \Upsilon \cdot Qv$;

$Pi = 119,8 \cdot 1000 \cdot g \cdot 0,625 / 1000 = 733,8$ Kw .

PUNTO 4)

Nel campo del moto puramente turbolento all'interno di tubi scabri, l'indice di resistenza λ , o coefficiente *di Darcy,* può essere espresso soltanto in funzione della scabrezza ε della tubazione annullandosi l'influenza della viscosità della corrente, cosicché, l'indice di resistenza può essere espresso attraverso la formula di Prandtl:

$\lambda = 1 / [-2 \cdot \log (\varepsilon / 3,71 \cdot d)]^2$;

$\lambda = 1 / [-2 \cdot \log (0{,}000900 / 3{,}71 \cdot 0{,}60)]^2 = 0{,}022$.

AUTORE : GUARDA LUCA