**ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE – 1967 – 1^ Sessione**

Indirizzo: Meccanica

CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: meccanica applicata alle macchine e macchine a fluido

Si deve costruire un verricello semplice, a vite senza fine-ruota elicoidale coniugata, per il sollevamento di un carico massimo di 1000 kg alla velocità di 0,40 m/s.

Il verricello è comandato da un motore elettrico che eroga la potenza di 6,5 kW a 1450 g/min.

Il candidato, fissati opportunamente i dati mancanti, determini:

1) il rendimento complessivo del verricello;

2) le caratteristiche della fune costituita da 114 fili di acciaio;

3) il diametro del tamburo;

4) la sollecitazione unitaria nella fune;

5) il rapporto di trasmissione, il numero di filetti della vite e quello dei denti della ruota elicoidale.

E’ inoltre, in facoltà del candidato determinare il modulo circonferenziale e le dimensioni di massima della ruota elicoidale.

**SCHEMA DEL MECCANISMO**

Nella parte sottostante è rappresentato lo schema del verricello semplice a vite senza fine - ruota elicoidale coniugata .



**Svolgimento :**

Quando il verricello sta sollevando il carico, durante lo spunto del motore elettrico , nella fase di accelerazione, la fune viene sollecitata, oltre che dalla forza peso, anche dalla forza d' inerzia . Adottando un' accelerazione di 1,5 m/s2, come stabilisce la mormativa, la forza d' inerzia corrisponde a :

Fi = m · a = 1000 · 1,5 = 1500 N .

La fune deve sopportare una forza ( T ) pari a :

T = Fi  + ( m · g ) = 1500 + ( 1000 · 9,81 ) = 11310 N .

Considerando di impiegare nel verricello una fune con un grado di sicurezza n = 6, come prescrive la normativa, il suo carico di rottura deve corrispondere :

TR ≥ 6 · T ≥ 6 · 11310 ≥ 67860 N → ~ 68 KN .

Consultando la tabella delle funi costituite da 114 fili di acciaio con σR = 1570 N/mm2 , si individua il modello con le seguenti caratteristiche :

TR = 69,5 KN ; Df = 12 mm ; d = 0,79 mm ; ( **risposta al punto 2 del tema ministeriale** ).

Per evitare, alla fune, inaccettabili tensioni indotte di flessione, vengono, inoltre, imposte adeguate limitazioni ai cosiddetti rapporti di avvolgimento, ovverosia :

d/Dt ≤ 1/300 → 1/500 e Df/ Dt ≤ 1/18 → 1/70 ;

dove :

Dt = diametro del tamburo di sollevamento .

In prima analisi, adottiamo un diametro del tamburo pari a Dt : 240 mm, e, con questo dato, preso ad arbitrio, verifichiamo i rapporti di avvolgimento:

d/Dt = 0,79 / 240 = 1/304 ;

Df/Dt = 12 / 240 = 1/20 .

Dato che i valori rientrano nei campi raccomandati, possiamo assumere in via definitiva il diametro del tamburo Dt = 240 mm ; ( **risposta al punto 3 del tema ministeriale** ) .

Determiniamo, ora, la sollecitazione unitaria nella fune :

la sezione complessiva resistente equivale a :

Sr = ( π · d2 / 4 ) · 114 = ( π · 0,792 / 4 ) · 114 = 55,9 mm2 ,

e la tensione unitaria corrisponde a :

σt = T / Sr = 11310 / 55,9 = 202 N/mm2 ; ( **risposta al punto 4 del tema ministeriale** ) .

Il carico di rottura σR della fune, in questione, è di 1570 N/mm2 , che moltiplicato per il coefficiente di cordatura ( coefficiente che tiene conto della non uniforme ripartizione dello sforzo sui fili ) , si ottiene il carico effettivo di rottura, ovvero :

σReff = σR · 0,783 = 1570 · 0,783 = 1229 N/mm2 ;

il grado di sicurezza, rispetto al carico applicato, corrisponde a :

n = σReff / σt = 1229 / 202 = 6 .

Il coefficiente del grado di sicurezza, ottenuto, corrisponde al valore adottato in precedenza . Con riferimento ad un verricello adibito al trasporto di materiali, i dati, sopra calcolati, sono da giudicarsi appropriati e nella norma.

La frequenza di rotazione del tamburo equivale a :

ωt = 2 · V · 1000 / Dt = 2 · 0,4 · 1000 / 240 = 3,33 rad/s ;

nt = 60 · ωt / 2 · π = 60 · 3,33 / 2 · π = 31,8 g/min .

Sapendo che l' albero del motore ruota a 1450 g/min , il rapporto di trasmissione risulta :

i = nm / nt = 1450 / 31,8 = ~ 45 ; ( **risposta al punto 5 del tema ministeriale** ) .

Dato che l' intera riduzione verrà ottenuta con l' accoppiamento vite senza fine - ruota elicoidale ( i = Zr / Zv ), si consiglia generalmente, per avere una forma proporzionata del dente, di scegliere, in funzione ad ogni rapporto di trasmissione vite - ruota, il numero dei principi della vite; nel nostro caso, consultando la tabella dei rapporti di trasmissione per i ≥ 40, il numero dei filetti della vite corrisponde a :

Zv = 1 ; ( **risposta al punto 5 del tema ministeriale** ) ,

ed il numero dei denti della ruota corrisponde a :

Zr  = Zv · i = 1 · 45 = 45 ; ( **risposta al punto 5 del tema ministeriale** ) .

Prima di determinare il rendimento della trasmissione vite - ruota per mezzo della seguente equazione :

η V-R = tg α / tg · ( α + ϕ ) ,

dobbiamo fare una considerazione sugli angoli del filetto della vite : ( α ) , ( ϕ ) , ( Ѱ ). L' angolo di inclinazione del filetto ( α ) viene scelto, da un prospetto del manuale, in funzione del rapporto di trasmissione ( i ) ; nel nostro caso, essendo i = 45, dal prospetto, si riscontra un angolo α = 5 ° . Ciononostante, sappiamo che il verricello costituisce un sistema di sollevamento, quindi, è preferibile che il meccanismo sia reversibile in condizioni dinamiche, durante il movimento del carico ( salita - discesa ), e irreversibile in condizioni statiche, con il carico sospeso e in quiete; per cui, adottando degli angoli ( α ) compresi tra 5° e 6,5 °, assicuriamo le condizioni di reversibiltà/irreversibilità espresse di cui sopra. Inoltre, per l' angolo α > ϕ il meccanismo è reversibile ed è la situazione più comune, e, invece, per α < ϕa si verifica una situazione di irreversibiltà statica . L' angolo di attrito ( ϕ )può assumere valori all' intorno di 3° - 5° ( in condizioni dinamiche con vite in acciaio e ruota in bronzo in bagno d' olio; lavorazione comune dell' ingranaggio ) fino a 1 ° 30' - 2 ° ( in condizioni dinamiche con vite in acciaio trattato e ruota in bronzo in bagno d' olio; lavorazione ottima dell' ingranaggio ) . In condizioni statiche si considera l' angolo di aderenza ϕa > ϕ ( all' incirca fino a valori di 6° - 8° ). L' angolo di pressione ( Ѱ ) del profilo assiale della vite viene scelto secondo regole semiempiriche, dedotte da risultati sperimentali, in funzione dell' angolo di inclinazione del filetto ( α ) e riportati in un prospetto; nel caso in esame, per α ≤ 12° , dalla tabella si estrapola un angolo di pressione Ѱ = 15 ° . L' angolo di attrito ( ϕ ), attraverso un' equazione nota e con i dati a disposizione, assume il valore di :

ϕ = invtg [ f / ( cos Ѱ ) ] ;

ϕ = invtg [ 0,05 / ( cos 15 ° ) ] = 2,96 ° ~ 3 ° .

dove f = coefficiente d' attrito dinamico dell' ingranaggio, in bagno d'olio, con vite in acciaio e ruota in bronzo ricavati di lavorazione alla macchine utensili.

Ora, con i nuovi dati ottenuti e assumendo, tra quelli prospettati, un angolo α = 6,5 ° , calcoliamo il rendimento della trasmissione vite - ruota :

η V-R = tg 6,5° / tg ( 6,5° + 2, 96 ° ) = 0,68 .

Il valore del rendimento ( η V-R  ) rientra nei parametri tipici della coppia vite - ruota, rispettivamente in acciaio bonificato e bronzo, in funzione dell' indice di riduzione ( i ). La vite sarà realizzata in acciaio 39NiCrMo3 UNI 7845 bonificato e la ruota in bronzo G -Cu Sn 12 UNI 7013-72; lavorate entrambe alle macchine utensili .

La potenza utile trasmessa dal motore elettrico al tamburo, come lo schema in basso vuole interpretare, corrisponde a :

N2 = N1 · ηt ;

dove ηt rappresenta il rendimento totale e complessivo del verricello, e risulta essere :

ηt = η V-R  · ηs 4 · ηo · ηC ;

dove :

η V-R  = rendimento, calcolato precedentemente, della vite - ruota : 0,68 ;

ηs = rendimento del supporto della vite - ruota : si prevede, sia per la vite che per la ruota, di impiegare dei cuscinetti volventi adatti a reggere spinte radiali-assiali con guarnizioni a strisciamento per la tenuta dell' olio, per ciascuno dei quali si può prevedere una perdita del 2,5 % di potenza ;

ηo = rendimento per la perdita di potenza allo sbattimento dell' olio; si può assumere : 0,96 ;

ηC = rendimento del cuscinetto volvente radiale a sfere all' estremo del tamburo : 0,99 ;

per cui, il rendimento totale o complessivo risulta :

ηt = 0,68 · 0,9754 · 0,96· 0,99 = 0,58 ; ( **risposta al punto 1 del tema ministeriale** ) ,

e la potenza utile trasmessa corrisponde a :

N2 = 6,5· 0,58 = 3,8 Kw.

Ciononostante, la potenza necessaria a sollevare il carico a velocità costante risulta :

Nu = Q· V = m· g· V = 1000· 9,81· 0,4 = 3924 W → 3,9 Kw .

Da quanto si evince, la potenza del motore non è sufficiente a garantire il lavoro utile al sollevamento del carico, N2 < Nu , ma necessiteremo di una potenza pari a :

N2' = NU / ηt = 3,9 / 0,58 = 6,8 Kw .

Consultando il catalogo dei motori elettrici asincroni trifase unificati UNEL , per un modello a 4 poli ( 1450 g/min ) , si individua una potenza N2'' , più prossima, in eccesso, a quella calcolata precedentemente, di 7,5 Kw . Questa sarà la potenza definitiva , che utilizzeremo per il calcolo di verifica del diametro del nucleo e del modulo della vite .

**DIMENSIONAMENTO DI MASSIMA DELLA VITE SENZA FINE - RUOTA ELICOIDALE**



La frequenza di rotazione della vite corrisponde a :

ω1 = 2 · π · n1 / 60 = 2 · π · 1450 / 60 = 152 rad/s .

In prima approssimazione, determiniamo il diametro del nucleo della vite con la seguente relazione :



per la vite adottiamo un materiale con una Ʈadm = 12 N/mm2 ;

per cui, sostituendo i valori noti nell' espressione precedente, abbiamo :



Il diametro primitivo della vite, in prima approssimazione, equivale a :

dpv' = 2,5 · dn = 2,5 · 27,5 = 68,75 mm → 70 mm .

La velocità di strisciamento risulta, pertanto :

Ws' = ω1 · dpv' / 2000 · cos α = 152 · 70 / 2000 · cos 6,5° = 5,3 m/s .

Determiniamo il modulo trasversale o assiale con la seguente relazione :



dove :

il valore di ʎ si ricava mediante questa equazione :



il valore della σadm dipende dal materiale costituente la vite e la ruota, e dalla continuità o intermittenza del funzionamento del riduttore; nel nostro caso, con coppia vite in acciaio bonificato tagliato al tornio - ruota in bronzo fosforoso e funzionamento intermittente, abbiamo :

σadm = 3,5 + 0,5· ws' = 3,5 + 0,5· 5,3 = 6,15 N/mm2 ;

il fattore di forma q dipende dal numero di denti della ruota e si ricava con la seguente equazione :

q = 1,85 - 24 / Zr = 1,85 - 24 / 45 = 1,32 ;

assumero per il fattore di servizio fs il valore pari a 1,25 ;

sostituendo tutti i valori noti nella relazione precedente per il calcolo di mt , ricaviamo il modulo trasversale :



assumeremo il valore unificato del modulo trasversale, mt = 8 mm .

Con i nuovi dati a disposizione, possiamo determinare, come richiesto dal tema ministeriale, il modulo circonferenziale, nonostante tutto, definiremo, per completezza dei dati della trasmissione, le caratteristiche geometriche della coppia vite - ruota a denti elicoidali ( filetto trapezoidale ) .

**CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA VITE**

**diametro primitivo :** dpv = ( mt · Zv ) / tg α = ( 8 · 1 ) / tg 6,5° = 70,2 mm → 70 mm ( il valore del diametro viene arrotondato ) ; in questo caso, l' inclinazione media del filetto α rimane pressochè invariata ;

**modulo circonferenziale :** mc = dpv / Zv = 70 / 1 = 70 mm ; ( **risposta al punto facoltativo del tema ministeriale** ) ;

**modulo normale :** mn = mt · cos α = 8 · cos 6,5° = 7,95 mm ;

**passo normale :** p = π · mn = π · 7,95 = 25 mm ;

**passo trasversale :** pt = π · mt = π · 8 = 25,13 mm ;

**diametro esterno :** dev = dpv + 2 mt = 70 + 2 · 8 = 86 mm ;

**diametro interno :** div = dpv - 2,4 mt = 70 - 2,4 · 8 = 50,8 mm ;

**altezza del dente :** h = 2,2 mt = 2,2 · 8 = 17,6 mm ;

**addendum :** a = mt = 8 mm ;

**dedendum :** b = 1,2 mt = 1,2 · 8 = 9,6 mm ;

**angolo di pressione :** Ѱ = 15 ° .

**CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA RUOTA** ( **risposta al punto facoltativo del tema ministeriale** )

**diametro primitivo :** dpr = ( mt · Zr ) = 8 · 45 = 360 mm ;

**diametro esterno :** der = dpr + 2 mt = 360 + 2 · 8 = 376 mm ;

**diametro interno :** dir = dpr - 2,4 mt = 360 - 2,4 · 8 = 340,8 mm ;

**larghezza della ruota :** Lr = b = 6,25 mt = 6,25 · 8 = 50 mm ;

**interasse di funzionamento :** I = ( dpv + dpr ) / 2 = ( 70 +360 ) / 2 = 215 mm .

Adesso, con tutti i parametri geometrici definitivi della coppia ruota - vite , eseguiamo una verifica finale del progetto.

**VERIFICA FINALE DI PROGETTO**

Il valore dell' angolo d' attrito ϕ , per vite in acciaio bonificato tagliata al tornio e ruota in bronzo fosforoso, si può ricavare, anche, con la seguente formula :

tg ϕ = 0,045 + ( 0,004 / WS ) ;

nel nostro caso, la velocità periferica della vite diviene :

Vp1 = ω1 · dpv / 2000 = 152 · 70 / 2000 = 5,3 m/s ;

la velocità di strisciamento risulta, pertanto :

WS = Vp1 / cos α = 5,3 / cos 6,5° = 5,3 m/s ,

e quindi : tg ϕ = 0,045 + ( 0,004 / 5,3 ) = 0,046 → ϕ = 2,6 ° ;

ricalcoliamo il rendimento della dentatura con la già nota equazione, ovvero :

η V-R = tg α / tg · ( α + ϕ ) = tg 6,5° / tg ( 6,5° + 2,6° ) = 0,71 ;

di conseguenza, il rendimento totale o complessivo risulta :

ηt = 0,7 · 0,9754 · 0,96· 0,99 = 0,6 ; ( **risposta al punto 1 del tema ministeriale** ) .

i nuovi valori risutano praticamente identici a quelli adottati in prima analisi, per cui, possiamo ritenere valido il rendimento della dentatura arrotondato a : η V-R  = 0,7 , e il rendimento totale o complessivo, comunque arrotondato, a : ηt = 0,6 .

La forza tangenziale scambiata tra vite e ruota risulta :

Ft = 2 · N2'' · η V-R  · ηs 2 · ηo / dpr  · ω2  ;

dove : ω2  = ω1 / i = 152 / 45 = 3,4 rad/s ;

per cui :

Ft = 2 · 7,5 · 0,7· 0,9752 · 0,96 · 106 / 360 · 3,4 = 7829 N ;

perchè la verifica sia soddisfatta deve essere :

Ft · fs ≤Ftadm ;

dove : Ftadm = pt · b· σadm· q ;

ricordando che :

pt = passo trasversale : 25,13 mm ;

b = larghezza della ruota : 50 mm ;

σadm = 3,5 + 0,5· Ws = 3,5 + 0,5· 5,3 = 6,2 N/mm2 ;

q = fattore di forma : 1,32 ;

si ha pertanto :

Ftadm = 25,13· 50· 6,2· 1,32 = 10283 N ;

in definitiva, verifichiamo :

Ft · fs ≤ Ftadm ; 7829 · 1,25 ≤ 10283 ; 9786 ≤ 10283 ;

la verifica risulta soddisfatta .

Un' altra verifica importantissima, che esula dalla richiesta del tema ministeriale ma che , personalmente, voglio affrontare, è la resistenza a fatica del nocciolo della vite. Le tre componenti della forza che il dente della ruota esercita sulla vite, induce nel nocciolo di quest' ultima un complesso di sollecitazioni normali σ e tangenziali Ʈ , che valuteremo .

**VERIFICA DEL NUCLEO DELLA VITE**

Per quanto riguarda la vite, la verifica essenziale è quella di resistenza a rottura del proprio nucleo, sollecitato dalle forze scambiate , vedi figura sottostante, nella trasmissione.



Si consideri lo schema seguente, in cui è schematizzata la vite, sul piano bidimensionale, con la rappresentazione delle forze agenti sul filetto per individuare i vari piani di sollecitazione.



Complessivamente il nucleo della vite risulta sollecitata a taglio, trascurabile, sforzo normale ( dalla componente A ) , flessione e torsione. La tensione di flessione agisce su due piani ortogonali. Calcoliamo gli sforzi scambiati nell' accoppiamento vite - ruota elicoidale. Il momento motore che agisce sulla vite risulta .

Mv = Mtz = N2'' / ω1 = 7,5 · 1000 / 152 = 49,3 Nm .

Questa coppia genera una forza, orientata nello spazio, applicata al centro della superficie di contatto dei denti, la quale si decompone, secondo glia assi x-y-z, in tre componenti distinte.

La componente di spinta tangenziale T , diretta secondo la tangente del cerchio primitivo della vite, risulta :

T = 2 · Mtz / dpv = 2 · 1000 · 49,3 / 70 = 1408 N ;

la medesima forza, ridotta a causa dei rendimenti parziali ( η V-R  · ηs 2 · ηo ), agisce parallela all' asse della ruota, con verso opposto .

La componente A con direzione parallela all' asse della vite risulta :

A = T / tg ( α + ϕ ) = 1408 / tg ( 6,5° + 2,6° ) = 8790;

la stessa forza, ridotta a causa dei rendimenti parziali ( η V-R  · ηs 2 · ηo ) , agisce , con verso opposto, secondo la tangente al cerchio primitivo della ruota .

Infine, la componente radiale si ricava con la seguente equazione :

R = A · tg Ѱ = 8790 · tg 15° = 2355 N ;

la medesima forza, ridotta a causa dei rendimenti parziali ( η V-R  · ηs 2 · ηo ), agisce nella direzione radiale alla ruota, con verso opposto .

**ANALISI DELLO STATO DELLE TENSIONI E DEI CARICHI APPLICATI**

In prima analisi, stabiliremo la distanza L tra i supporti della vite :



con la seguente relazione :

L = 0,75 · ( dpv + dpr ) = 0,75 · ( 70 + 360 ) = 322,5 → 325 mm .

SCHEMA STATICO DI CARICO NEL PIANO Y-Z



Le componenti R e A generano dei momenti attorno all' asse X , con i rispettivi valori massimi in mezzeria :

Mx' = R · L / 4 = 2355 · 325 / 4 = 191343,75 Nmm ;

Mx'' = A · dpv / 4 = 8790 · 70 / 4 = 153825 Nmm .

Le rispettive reazioni vincolari sono :

per la componente R : RRY = R / 2 = 2355 / 2 = 1177,5 N ;

per il momento ribaltante della componente A : RAY = A · dpv / 2 · L = 8790 · 70 / 2 · 325 = 946,6 N .

Osservando lo schema statico, possiamo determinare le reazioni ed i momenti significativi risultanti dell' intero sistema di carico. Mediante le equazioni di equilibrio, determiniamo la reazione verticale sull' appoggio A, ovvero :

Rya = ( R · 162,5 ) - ( A · 35 ) / 325 = ( 2355 · 162,5 ) - ( 8790 · 35 ) / 325 = 230,9 N ;

oppure : Rya = RRY - RAY = 1177,5 - 946,6 = 230,9 N ;

la reazione verticale del supporto B risulta :

Ryb = R - Rya = 2355 - 230,9 = 2124,1 N ;

oppure : Ryb = RRY + RAY = 1177,5 + 946,6 = 2124,1 N .

Il momento flettente massimo Mf1 corrisponde a :

Mf1 = Ryb · 162,5 = 2124,1 · 162,5 = 345166 Nmm ;

oppure : Mf1 = Mx' + Mx'' = 191343,75 + 153825 = 345169 Nmm ;

Il momento flettente Mf2 corrisponde a :

Mf2 = Rya · 162,5 = 230,9 · 162,5 = 37521 Nmm ;

oppure : Mf2 = Mx' - Mx'' = 191343,75 - 153825 = 37519 Nmm ;

La reazione orizzontale del supporto B vale :

Rz = -A = - 8790 N .

SCHEMA STATICO DI CARICO NEL PIANO Z-X



Il momento flettente provocato dalla componente T agisce attorno all' asse Y ( sul piano Z-X ) e il valore massimo corrisponde a :

My = T · L / 4 = 1408 · 325 / 4 = 114400 Nm ;

le reazioni sui supporti valgono :

RTX = T / 2 = 1408 / 2 = 704 N .

SCHEMA STATICO DI CARICO NEL PIANO X-Y

Il momento torcente Mtz, generato dal motore elettrico, si oppone al momento resistente Mtr e agisce lungo l' asse z per un tratto definito, ovvero :



ricordiamo che : Mtz = 49,3 Nm .

Dagli schemi di carico, notiamo che, in mezzeria della vite, agiscono due momenti flettenti ( Mf1 e My ) giacenti su due piani ortogonali, per cui il momento flettente risultante diviene :



la sollecitazione unitaria a flessione, dovuta al momento MR , risulta :

σf = 32 · MR / π · div3 = 32 · 363630 / π · 50,83 = 28,25 N/mm2 ;



La sollecitazione unitaria di compressione, dovuta alla componente di carico A, risulta :

σc = - A · 4 / π · div2 = 8790 · 4 / π · 50,82 = - 4,3 N/mm2 ;



La sollecitazione normale risultante diventa :

σR = - σf - σc = - 28,25 - 4,3 = -32,55 N/mm2 ;



La tensione tangenziale, dovuta al momento torcente Mtz, risulta :

Ʈ = Mtz · 16 / π · div3 = 49300 · 16 / π · 50,83 = 1,9 N/mm2 ;



La tensione ideale, trascurando l' influenza del taglio, risulta :



La tensione unitaria è, senza ombra di dubbio, accettabile, dato che il materiale costituente la vite è un acciaio 39NiCrMo3 UNI 7845 allo stato bonificato con un carico a rottura minimo di : σR = 880 N/mm2 ; il grado di sicurezza alla rottura corrisponde a :

nr = σR / σid = 880 / 32,7 = 27 .

**Autore: Guarda Luca, progettista meccanico presso SAVIO MACCHINE TESSILI SPA di Pordenone; ( indirizzo mail : l.guarda@libero.it ) .**