# ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE – 1967 – 1<sup>^</sup> Sessione

Indirizzo: Meccanica

## CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: meccanica applicata alle macchine e macchine a fluido

Si deve costruire un verricello semplice, a vite senza fine-ruota elicoidale coniugata, per il sollevamento di un carico massimo di 1000 kg alla velocità di 0,40 m/s.

Il verricello è comandato da un motore elettrico che eroga la potenza di 6,5 kW a 1450 g/min.

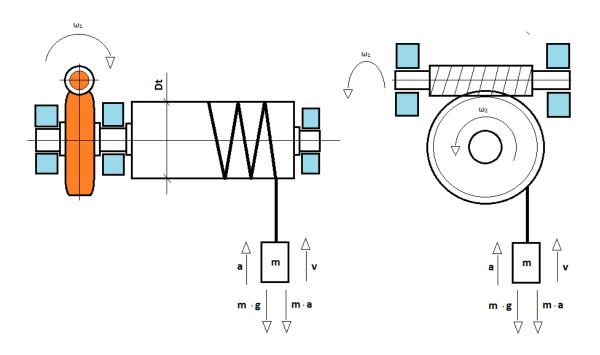
Il candidato, fissati opportunamente i dati mancanti, determini:

- 1) il rendimento complessivo del verricello;
- 2) le caratteristiche della fune costituita da 114 fili di acciaio;
- 3) il diametro del tamburo;
- 4) la sollecitazione unitaria nella fune;
- 5) il rapporto di trasmissione, il numero di filetti della vite e quello dei denti della ruota elicoidale.

E' inoltre, in facoltà del candidato determinare il modulo circonferenziale e le dimensioni di massima della ruota elicoidale.

#### **SCHEMA DEL MECCANISMO**

Nella parte sottostante è rappresentato lo schema del verricello semplice a vite senza fine - ruota elicoidale coniugata .



### **Svolgimento:**

Quando il verricello sta sollevando il carico, durante lo spunto del motore elettrico, nella fase di accelerazione, la fune viene sollecitata, oltre che dalla forza peso, anche dalla forza d' inerzia. Adottando un' accelerazione di 1,5 m/s², come stabilisce la mormativa, la forza d' inerzia corrisponde a :

$$F_i = m \cdot a = 1000 \cdot 1,5 = 1500 \text{ N}$$
.

La fune deve sopportare una forza (T) pari a:

$$T = F_i + (m \cdot g) = 1500 + (1000 \cdot 9.81) = 11310 N$$
.

Considerando di impiegare nel verricello una fune con un grado di sicurezza n = 6, come prescrive la normativa, il suo carico di rottura deve corrispondere :

$$T_R \ge 6 \cdot T \ge 6 \cdot 11310 \ge 67860 \text{ N} \rightarrow ^{\sim} 68 \text{ KN}$$
.

Consultando la tabella delle funi costituite da 114 fili di acciaio con  $\sigma_R$  = 1570 N/mm², si individua il modello con le seguenti caratteristiche :

```
T_R = 69.5 \text{ KN}; Df = 12 mm; d = 0.79 mm; (risposta al punto 2 del tema ministeriale).
```

Per evitare, alla fune, inaccettabili tensioni indotte di flessione, vengono, inoltre, imposte adeguate limitazioni ai cosiddetti rapporti di avvolgimento, ovverosia :

$$d/Dt \le 1/300 \rightarrow 1/500$$
 e  $Df/Dt \le 1/18 \rightarrow 1/70$ ;

dove:

Dt = diametro del tamburo di sollevamento.

In prima analisi, adottiamo un diametro del tamburo pari a Dt : 240 mm, e, con questo dato, preso ad arbitrio, verifichiamo i rapporti di avvolgimento:

$$d/Dt = 0.79 / 240 = 1/304$$
;

$$Df/Dt = 12 / 240 = 1/20$$
.

Dato che i valori rientrano nei campi raccomandati, possiamo assumere in via definitiva il diametro del tamburo Dt = 240 mm; ( risposta al punto 3 del tema ministeriale ).

Determiniamo, ora, la sollecitazione unitaria nella fune :

la sezione complessiva resistente equivale a :

$$S_r = (\pi \cdot d^2 / 4) \cdot 114 = (\pi \cdot 0.79^2 / 4) \cdot 114 = 55.9 \text{ mm}^2$$

e la tensione unitaria corrisponde a :

$$\sigma_t = T / S_r = 11310 / 55.9 = 202 \text{ N/mm}^2$$
; (risposta al punto 4 del tema ministeriale).

Il carico di rottura  $\sigma_R$  della fune, in questione, è di 1570 N/mm², che moltiplicato per il coefficiente di cordatura ( coefficiente che tiene conto della non uniforme ripartizione dello sforzo sui fili ), si ottiene il carico effettivo di rottura, ovvero :

```
\sigma_{Reff} = \sigma_R \cdot 0.783 = 1570 \cdot 0.783 = 1229 \text{ N/mm}^2;
```

il grado di sicurezza, rispetto al carico applicato, corrisponde a :

$$n = \sigma_{Reff} / \sigma_t = 1229 / 202 = 6$$
.

Il coefficiente del grado di sicurezza, ottenuto, corrisponde al valore adottato in precedenza . Con riferimento ad un verricello adibito al trasporto di materiali, i dati, sopra calcolati, sono da giudicarsi appropriati e nella norma.

La frequenza di rotazione del tamburo equivale a :

```
\begin{aligned} \omega_t &= 2 \cdot V \cdot 1000 \ / \ Dt = \ 2 \cdot 0,4 \cdot 1000 \ / \ 240 = 3,33 \ rad/s \ ; \\ n_t &= 60 \cdot \omega_t \ / \ 2 \cdot \pi = \ 60 \cdot 3,33 \ / \ 2 \cdot \pi = 31,8 \ g/min \ . \end{aligned}
```

Sapendo che l' albero del motore ruota a 1450 g/min, il rapporto di trasmissione risulta:

```
i = n_m / n_t = 1450 / 31,8 = ~45; (risposta al punto 5 del tema ministeriale).
```

Dato che l' intera riduzione verrà ottenuta con l' accoppiamento vite senza fine - ruota elicoidale (  $i = Z_r / Z_v$  ), si consiglia generalmente, per avere una forma proporzionata del dente, di scegliere, in funzione ad ogni rapporto di trasmissione vite - ruota, il numero dei principi della vite; nel nostro caso, consultando la tabella dei rapporti di trasmissione per  $i \ge 40$ , il numero dei filetti della vite corrisponde a :

```
Z_v = 1; (risposta al punto 5 del tema ministeriale),
```

ed il numero dei denti della ruota corrisponde a :

```
Z_r = Z_v \cdot i = 1 \cdot 45 = 45; (risposta al punto 5 del tema ministeriale).
```

Prima di determinare il rendimento della trasmissione vite - ruota per mezzo della seguente equazione :

$$\eta_{V-R} = tg \alpha / tg \cdot (\alpha + \phi)$$
,

dobbiamo fare una considerazione sugli angoli del filetto della vite : (  $\alpha$  ) , (  $\phi$  ) , (  $\Psi$  ). L' angolo di inclinazione del filetto (  $\alpha$  ) viene scelto, da un prospetto del manuale, in funzione del rapporto di trasmissione ( i ) ; nel nostro caso, essendo i = 45, dal prospetto, si riscontra un angolo  $\alpha$  = 5°. Ciononostante, sappiamo che il verricello costituisce un sistema di sollevamento, quindi, è preferibile che il meccanismo sia reversibile in condizioni dinamiche, durante il movimento del carico ( salita - discesa ), e irreversibile in condizioni statiche, con il carico sospeso e in quiete; per cui, adottando degli angoli (  $\alpha$  ) compresi tra 5° e 6,5°, assicuriamo le condizioni di reversibiltà/irreversibiltà espresse di cui sopra. Inoltre, per l' angolo  $\alpha$  >  $\phi$  il meccanismo è reversibile ed è la situazione più comune, e, invece, per  $\alpha$  <  $\phi$ a si verifica una situazione di irreversibiltà statica . L' angolo di attrito (  $\phi$  ) può assumere valori all' intorno di 3° - 5° ( in condizioni dinamiche con vite in acciaio e ruota in bronzo in bagno d' olio; lavorazione comune dell' ingranaggio ) fino a 1° 30' - 2° ( in condizioni dinamiche con vite in acciaio trattato e ruota in bronzo in bagno d' olio; lavorazione ottima dell' ingranaggio ) . In condizioni statiche si considera l' angolo di aderenza  $\phi$ a >  $\phi$  ( all' incirca fino a valori di 6° - 8° ). L' angolo di pressione (  $\Psi$  ) del profilo assiale della vite viene scelto secondo regole semiempiriche, dedotte da risultati sperimentali, in funzione dell' angolo di inclinazione del filetto (  $\alpha$  ) e riportati in un prospetto; nel caso in esame, per  $\alpha$  ≤ 12° , dalla tabella si

estrapola un angolo di pressione  $\Psi$  = 15 ° . L' angolo di attrito (  $\phi$  ), attraverso un' equazione nota e con i dati a disposizione, assume il valore di :

$$\varphi = invtg [f/(cos \Psi)];$$
  
 $\varphi = invtg [0,05/(cos 15°)] = 2,96°~3°.$ 

dove f = coefficiente d' attrito dinamico dell' ingranaggio, in bagno d'olio, con vite in acciaio e ruota in bronzo ricavati di lavorazione alla macchine utensili.

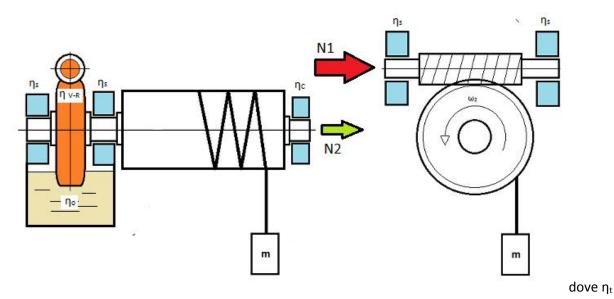
Ora, con i nuovi dati ottenuti e assumendo, tra quelli prospettati, un angolo  $\alpha$  = 6,5 °, calcoliamo il rendimento della trasmissione vite - ruota :

$$\eta_{V-R} = tg 6.5^{\circ} / tg (6.5^{\circ} + 2.96^{\circ}) = 0.68$$
.

Il valore del rendimento (  $\eta_{V-R}$  ) rientra nei parametri tipici della coppia vite - ruota, rispettivamente in acciaio bonificato e bronzo, in funzione dell' indice di riduzione ( i ). La vite sarà realizzata in acciaio 39NiCrMo3 UNI 7845 bonificato e la ruota in bronzo G -Cu Sn 12 UNI 7013-72; lavorate entrambe alle macchine utensili .

La potenza utile trasmessa dal motore elettrico al tamburo, come lo schema in basso vuole interpretare, corrisponde a :

$$N_2 = N_1 \cdot \eta_t$$
;



rappresenta il rendimento totale e complessivo del verricello, e risulta essere :

$$\eta_t = \eta_{V-R} \cdot \eta_s^4 \cdot \eta_o \cdot \eta_C$$
;

dove:

 $\eta_{V-R}$  = rendimento, calcolato precedentemente, della vite - ruota : 0,68 ;

 $\eta_s$  = rendimento del supporto della vite - ruota : si prevede, sia per la vite che per la ruota, di impiegare dei cuscinetti volventi adatti a reggere spinte radiali-assiali con guarnizioni a strisciamento per la tenuta dell' olio, per ciascuno dei quali si può prevedere una perdita del 2,5 % di potenza ;

 $\eta_o$  = rendimento per la perdita di potenza allo sbattimento dell' olio; si può assumere : 0,96;

 $\eta_C$  = rendimento del cuscinetto volvente radiale a sfere all' estremo del tamburo : 0,99 ;

per cui, il rendimento totale o complessivo risulta :

 $\eta_t = 0.68 \cdot 0.975^4 \cdot 0.96 \cdot 0.99 = 0.58$ ; (risposta al punto 1 del tema ministeriale),

e la potenza utile trasmessa corrisponde a :

$$N_2 = 6.5 \cdot 0.58 = 3.8 \text{ Kw}$$
.

Ciononostante, la potenza necessaria a sollevare il carico a velocità costante risulta:

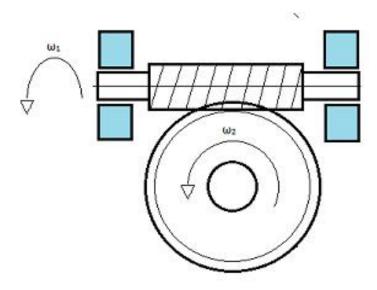
$$N_u = Q \cdot V = m \cdot g \cdot V = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,4 = 3924 \ W \rightarrow 3,9 \ Kw \ .$$

Da quanto si evince, la potenza del motore non è sufficiente a garantire il lavoro utile al sollevamento del carico,  $N_2 < N_u$ , ma necessiteremo di una potenza pari a :

$$N_2' = N_U / \eta_t = 3.9 / 0.58 = 6.8 \text{ Kw}$$
.

Consultando il catalogo dei motori elettrici asincroni trifase unificati UNEL, per un modello a 4 poli (  $1450 \, \text{g/min}$  ), si individua una potenza  $N_2$ ", più prossima, in eccesso, a quella calcolata precedentemente, di 7,5 Kw. Questa sarà la potenza definitiva, che utilizzeremo per il calcolo di verifica del diametro del nucleo e del modulo della vite.

#### DIMENSIONAMENTO DI MASSIMA DELLA VITE SENZA FINE - RUOTA ELICOIDALE



La frequenza di rotazione della vite corrisponde a :

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot n_1 / 60 = 2 \cdot \pi \cdot 1450 / 60 = 152 \text{ rad/s}$$
.

In prima approssimazione, determiniamo il diametro del nucleo della vite con la seguente relazione :

$$dn = 172 \cdot {}^{3}\sqrt{N_{2}"/\omega_{1} \cdot T_{adm}};$$

per la vite adottiamo un materiale con una Tadm = 12 N/mm²;

per cui, sostituendo i valori noti nell' espressione precedente, abbiamo :

$$dn = 172 \cdot \sqrt[3]{7.5 / 152 \cdot 12} = 27.5 \text{ mm}$$
.

Il diametro primitivo della vite, in prima approssimazione, equivale a :

$$dp_v' = 2.5 \cdot dn = 2.5 \cdot 27.5 = 68.75 \text{ mm} \rightarrow 70 \text{ mm}$$
.

La velocità di strisciamento risulta, pertanto :

$$W_s' = \omega_1 \cdot dp_v' / 2000 \cdot \cos \alpha = 152 \cdot 70 / 2000 \cdot \cos 6.5^\circ = 5.3 \text{ m/s}.$$

Determiniamo il modulo trasversale o assiale con la seguente relazione :

$$m_t = 183 \cdot \sqrt[3]{f_s \cdot N_2'' \cdot \eta_{V-R} \cdot \eta_s^2 \cdot \eta_o / Z_v \cdot \eta_1 \cdot \Lambda \cdot \sigma_{adm \cdot q}}$$

dove:

il valore di  $\Lambda$  si ricava mediante questa equazione :

$$h = b/m = 2 \cdot \sqrt{1 + (Z_v/tg \alpha)} = 2 \cdot \sqrt{1 + (1/tg 6.5^\circ)} = 6.25$$
;

il valore della σadm dipende dal materiale costituente la vite e la ruota, e dalla continuità o intermittenza del funzionamento del riduttore; nel nostro caso, con coppia vite in acciaio bonificato tagliato al tornio - ruota in bronzo fosforoso e funzionamento intermittente, abbiamo :

$$\sigma$$
adm = 3,5 + 0,5 · w<sub>s</sub>' = 3,5 + 0,5 · 5,3 = 6,15 N/mm<sup>2</sup>;

il fattore di forma q dipende dal numero di denti della ruota e si ricava con la seguente equazione :

$$q = 1.85 - 24 / Z_r = 1.85 - 24 / 45 = 1.32$$
;

assumero per il fattore di servizio fs il valore pari a 1,25;

sostituendo tutti i valori noti nella relazione precedente per il calcolo di  $m_t$  , ricaviamo il modulo trasversale .

$$m_t = 183 \cdot \sqrt[3]{1,25 \cdot 7,5 \cdot 0,68 \cdot 0,975^2 \cdot 0,96 / 1 \cdot 1450 \cdot 6,25 \cdot 6,15 \cdot 1,32} = 7,85 \text{ mm}$$

assumeremo il valore unificato del modulo trasversale, mt = 8 mm.

Con i nuovi dati a disposizione, possiamo determinare, come richiesto dal tema ministeriale, il modulo circonferenziale, nonostante tutto, definiremo, per completezza dei dati della trasmissione, le caratteristiche geometriche della coppia vite - ruota a denti elicoidali (filetto trapezoidale).

#### CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA VITE

```
diametro primitivo : dp_v = (m_t \cdot Z_v) / tg \alpha = (8 \cdot 1) / tg 6,5^\circ = 70,2 \text{ mm} \rightarrow 70 \text{ mm} (il valore del diametro
viene arrotondato ); in questo caso, l' inclinazione media del filetto \alpha rimane pressochè invariata;
modulo circonferenziale : m_c = dp_v / Z_v = 70 / 1 = 70 \text{ mm}; (risposta al punto facoltativo del tema
ministeriale);
modulo normale : m_n = m_t \cdot \cos \alpha = 8 \cdot \cos 6.5^\circ = 7.95 \text{ mm};
passo normale: p = \pi \cdot m_n = \pi \cdot 7,95 = 25 \text{ mm};
passo trasversale : p_t = \pi \cdot m_t = \pi \cdot 8 = 25,13 \text{ mm};
diametro esterno : de_v = dp_v + 2 m_t = 70 + 2 \cdot 8 = 86 \text{ mm};
diametro interno : di_v = dp_v - 2.4 m_t = 70 - 2.4 \cdot 8 = 50.8 mm;
altezza del dente : h = 2.2 m_t = 2.2 \cdot 8 = 17.6 mm;
addendum: a = m_t = 8 \text{ mm};
dedendum: b = 1.2 m_t = 1.2 \cdot 8 = 9.6 mm;
 lunghezza della vite : L_V = 2 m_t \cdot (1 + \sqrt{Z_V}) = 2 \cdot 8 \cdot (1 + \sqrt{45}) = 123 \text{ mm};
angolo di pressione : \Psi = 15^{\circ}.
CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA RUOTA ( risposta al punto facoltativo del tema ministeriale )
diametro primitivo : dp_r = (mt \cdot Z_r) = 8 \cdot 45 = 360 \text{ mm};
diametro esterno : de_r = dp_r + 2 m_t = 360 + 2 \cdot 8 = 376 mm;
diametro interno : di_r = dp_r - 2.4 m_t = 360 - 2.4 \cdot 8 = 340.8 mm;
larghezza della ruota : L_r = b = 6,25 \text{ m}_t = 6,25 \cdot 8 = 50 \text{ mm};
interasse di funzionamento : I = (dp_v + dp_r) / 2 = (70 + 360) / 2 = 215 \text{ mm}.
Adesso, con tutti i parametri geometrici definitivi della coppia ruota - vite, eseguiamo una verifica finale
del progetto.
VERIFICA FINALE DI PROGETTO
si può ricavare, anche, con la seguente formula:
```

Il valore dell' angolo d' attrito φ, per vite in acciaio bonificato tagliata al tornio e ruota in bronzo fosforoso,

```
tg \varphi = 0.045 + (0.004 / W_s);
```

nel nostro caso, la velocità periferica della vite diviene :

$$Vp_1 = \omega_1 \cdot dp_v / 2000 = 152 \cdot 70 / 2000 = 5.3 \text{ m/s};$$

la velocità di strisciamento risulta, pertanto:

```
W_S = Vp_1/\cos \alpha = 5.3/\cos 6.5^\circ = 5.3 \text{ m/s},
```

e quindi : tg 
$$\phi$$
 = 0,045 + (0,004 / 5,3) = 0,046  $\rightarrow$   $\phi$  = 2,6 °;

ricalcoliamo il rendimento della dentatura con la già nota equazione, ovvero :

$$\eta_{V-R} = tg \alpha / tg \cdot (\alpha + \phi) = tg 6.5^{\circ} / tg (6.5^{\circ} + 2.6^{\circ}) = 0.71$$
;

di conseguenza, il rendimento totale o complessivo risulta:

$$\eta_t = 0.7 \cdot 0.975^4 \cdot 0.96 \cdot 0.99 = 0.6$$
; (risposta al punto 1 del tema ministeriale).

i nuovi valori risutano praticamente identici a quelli adottati in prima analisi, per cui, possiamo ritenere valido il rendimento della dentatura arrotondato a :  $\eta_{V-R}=0.7$ , e il rendimento totale o complessivo, comunque arrotondato, a :  $\eta_t=0.6$ .

La forza tangenziale scambiata tra vite e ruota risulta :

```
\begin{split} F_t &= 2 \cdot N_2 \text{''} \cdot \eta_{\text{ V-R}} \cdot \eta_s^{\ 2} \cdot \eta_o \, / \, dp_r \cdot \omega_2 \; ; \\ dove &: \omega_2 = \, \omega_1 \, / \, i = 152 \, / \, 45 = 3,4 \, \text{rad/s} \; ; \\ per cui : \\ F_t &= 2 \cdot 7,5 \cdot 0,7 \cdot 0,975^2 \cdot 0,96 \cdot 10^6 \, / \, 360 \cdot 3,4 = 7829 \, \text{N} \; ; \\ perchè la verifica sia soddisfatta deve essere : \\ F_t \cdot f_s &\le F_{tadm} \; ; \\ dove : F_{tadm} &= p_t \cdot b \cdot \sigma dm \cdot q \; ; \\ ricordando che : \\ p_t &= passo trasversale : 25,13 \, mm \; ; \end{split}
```

b = larghezza della ruota : 50 mm ;

 $\sigma$ adm = 3,5 + 0,5 · W<sub>s</sub> = 3,5 + 0,5 · 5,3 = 6,2 N/mm<sup>2</sup>;

q = fattore di forma: 1,32;

si ha pertanto:

$$F_{tadm} = 25,13 \cdot 50 \cdot 6,2 \cdot 1,32 = 10283 \text{ N};$$

in definitiva, verifichiamo:

$$F_t \cdot f_s \le F_{tadm}$$
;  $7829 \cdot 1,25 \le 10283$ ;  $9786 \le 10283$ ;

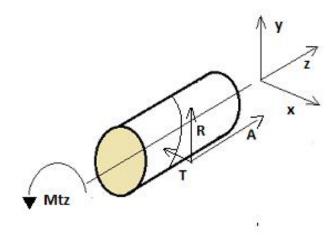
la verifica risulta soddisfatta.

Un' altra verifica importantissima, che esula dalla richiesta del tema ministeriale ma che , personalmente, voglio affrontare, è la resistenza a fatica del nocciolo della vite. Le tre componenti della forza che il dente

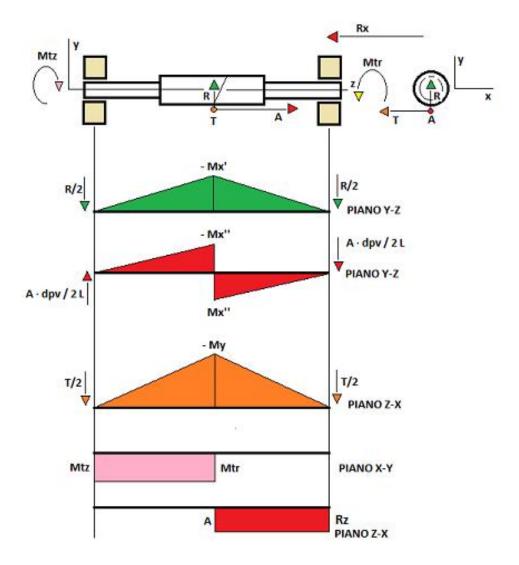
della ruota esercita sulla vite, induce nel nocciolo di quest' ultima un complesso di sollecitazioni normali  $\sigma$  e tangenziali T, che valuteremo .

# **VERIFICA DEL NUCLEO DELLA VITE**

Per quanto riguarda la vite, la verifica essenziale è quella di resistenza a rottura del proprio nucleo, sollecitato dalle forze scambiate , vedi figura sottostante, nella trasmissione.



Si consideri lo schema seguente, in cui è schematizzata la vite, sul piano bidimensionale, con la rappresentazione delle forze agenti sul filetto per individuare i vari piani di sollecitazione.



Complessivamente il nucleo della vite risulta sollecitata a taglio, trascurabile, sforzo normale ( dalla componente A ), flessione e torsione. La tensione di flessione agisce su due piani ortogonali. Calcoliamo gli sforzi scambiati nell' accoppiamento vite - ruota elicoidale. Il momento motore che agisce sulla vite risulta.

$$Mv = Mtz = N_2'' / \omega_1 = 7.5 \cdot 1000 / 152 = 49.3 \text{ Nm}$$
.

Questa coppia genera una forza, orientata nello spazio, applicata al centro della superficie di contatto dei denti, la quale si decompone, secondo glia assi x-y-z, in tre componenti distinte.

La componente di spinta tangenziale T, diretta secondo la tangente del cerchio primitivo della vite, risulta:

$$T = 2 \cdot Mtz / dp_v = 2 \cdot 1000 \cdot 49.3 / 70 = 1408 N$$
;

la medesima forza, ridotta a causa dei rendimenti parziali (  $\eta_{V-R} \cdot \eta_s^2 \cdot \eta_o$  ), agisce parallela all' asse della ruota, con verso opposto .

La componente A con direzione parallela all' asse della vite risulta :

$$A = T / tg (\alpha + \phi) = 1408 / tg (6.5^{\circ} + 2.6^{\circ}) = 8790;$$

la stessa forza, ridotta a causa dei rendimenti parziali (  $\eta_{V-R} \cdot \eta_s^2 \cdot \eta_o$  ) , agisce , con verso opposto, secondo la tangente al cerchio primitivo della ruota .

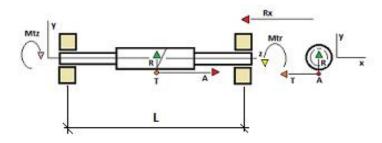
Infine, la componente radiale si ricava con la seguente equazione :

$$R = A \cdot tg \Psi = 8790 \cdot tg 15^{\circ} = 2355 N$$
;

la medesima forza, ridotta a causa dei rendimenti parziali (  $\eta_{V-R} \cdot \eta_s^2 \cdot \eta_o$  ), agisce nella direzione radiale alla ruota, con verso opposto .

#### ANALISI DELLO STATO DELLE TENSIONI E DEI CARICHI APPLICATI

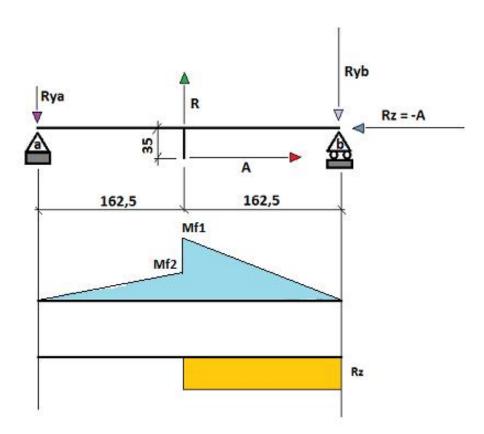
In prima analisi, stabiliremo la distanza L tra i supporti della vite :



con la seguente relazione :

L = 0,75 
$$\cdot$$
 ( dp<sub>v</sub> + dp<sub>r</sub> ) = 0,75  $\cdot$  ( 70 + 360 ) = 322,5  $\rightarrow$  325 mm .

## SCHEMA STATICO DI CARICO NEL PIANO Y-Z



Le componenti R e A generano dei momenti attorno all' asse X , con i rispettivi valori massimi in mezzeria :

$$Mx' = R \cdot L / 4 = 2355 \cdot 325 / 4 = 191343,75 Nmm$$
;

```
Mx'' = A \cdot dp_v / 4 = 8790 \cdot 70 / 4 = 153825 \text{ Nmm}.
```

Le rispettive reazioni vincolari sono :

per la componente R :  $R_{RY} = R / 2 = 2355 / 2 = 1177,5 N$ ;

per il momento ribaltante della componente A :  $R_{AY} = A \cdot dp_v / 2 \cdot L = 8790 \cdot 70 / 2 \cdot 325 = 946,6 \text{ N}$ .

Osservando lo schema statico, possiamo determinare le reazioni ed i momenti significativi risultanti dell' intero sistema di carico. Mediante le equazioni di equilibrio, determiniamo la reazione verticale sull' appoggio A, ovvero:

Rya = 
$$(R \cdot 162,5) - (A \cdot 35) / 325 = (2355 \cdot 162,5) - (8790 \cdot 35) / 325 = 230,9 N$$
;

oppure : Rya = 
$$R_{RY}$$
 -  $R_{AY}$  = 1177,5 - 946,6 = 230,9 N;

la reazione verticale del supporto B risulta :

$$Ryb = R - Rya = 2355 - 230,9 = 2124,1 N$$
;

oppure : Ryb = 
$$R_{RY} + R_{AY} = 1177,5 + 946,6 = 2124,1 N$$
.

Il momento flettente massimo Mf<sub>1</sub> corrisponde a :

$$Mf_1 = Ryb \cdot 162,5 = 2124,1 \cdot 162,5 = 345166 Nmm$$
;

oppure : 
$$Mf_1 = Mx' + Mx'' = 191343,75 + 153825 = 345169 \text{ Nmm}$$
;

Il momento flettente Mf<sub>2</sub> corrisponde a :

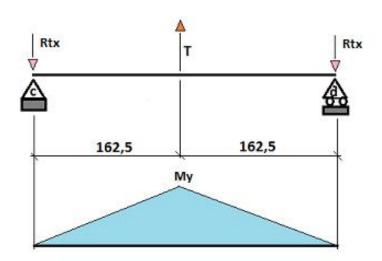
$$Mf_2 = Rya \cdot 162,5 = 230,9 \cdot 162,5 = 37521 Nmm$$
;

oppure: 
$$Mf_2 = Mx' - Mx'' = 191343,75 - 153825 = 37519 Nmm$$
;

La reazione orizzontale del supporto B vale :

$$Rz = -A = -8790 N$$
.

SCHEMA STATICO DI CARICO NEL PIANO Z-X



Il momento flettente provocato dalla componente T agisce attorno all' asse Y ( sul piano Z-X ) e il valore massimo corrisponde a :

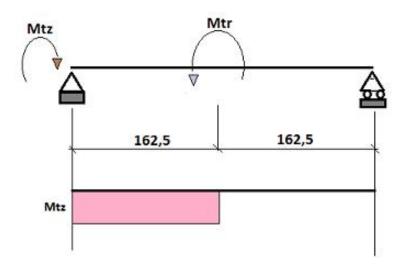
$$My = T \cdot L / 4 = 1408 \cdot 325 / 4 = 114400 \text{ Nm}$$
;

le reazioni sui supporti valgono:

$$R_{TX} = T / 2 = 1408 / 2 = 704 N$$
.

#### SCHEMA STATICO DI CARICO NEL PIANO X-Y

Il momento torcente Mtz, generato dal motore elettrico, si oppone al momento resistente Mtr e agisce lungo l' asse z per un tratto definito, ovvero :



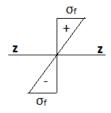
ricordiamo che: Mtz = 49,3 Nm.

Dagli schemi di carico, notiamo che, in mezzeria della vite, agiscono due momenti flettenti ( $Mf_1eMy$ ) giacenti su due piani ortogonali, per cui il momento flettente risultante diviene :

$$M_R = \sqrt{Mf_1^2 + My^2} = \sqrt{345166^2 + 114400^2} = 363630 \text{ Nmm};$$

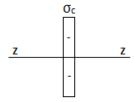
la sollecitazione unitaria a flessione, dovuta al momento M<sub>R</sub>, risulta:

$$\sigma_{f=32} \cdot M_R / \pi \cdot di_v^3 = 32 \cdot 363630 / \pi \cdot 50.8^3 = 28.25 \text{ N/mm}^2$$
;



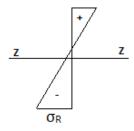
La sollecitazione unitaria di compressione, dovuta alla componente di carico A, risulta:

$$\sigma_c = - A \cdot 4 / \pi \cdot di_v^2 = 8790 \cdot 4 / \pi \cdot 50,8^2 = -4,3 \text{ N/mm}^2$$
;



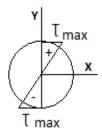
La sollecitazione normale risultante diventa:

$$\sigma_R = -\sigma_f - \sigma_c = -28,25 - 4,3 = -32,55 \text{ N/mm}^2$$
;



La tensione tangenziale, dovuta al momento torcente Mtz, risulta:

$$T = Mtz \cdot 16 / \pi \cdot di_v^3 = 49300 \cdot 16 / \pi \cdot 50.8^3 = 1.9 \text{ N/mm}^2$$
;



La tensione ideale, trascurando l' influenza del taglio, risulta :

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_R^2 + 3T^2} = \sqrt{(-32,55)^2 + 3 \cdot 1,9^2} = 32,7 \text{ N/mm}^2$$
.

La tensione unitaria è, senza ombra di dubbio, accettabile, dato che il materiale costituente la vite è un acciaio 39NiCrMo3 UNI 7845 allo stato bonificato con un carico a rottura minimo di :  $\sigma_R$  = 880 N/mm² ; il grado di sicurezza alla rottura corrisponde a :

$$n_r = \sigma_R / \sigma_{id} = 880 / 32,7 = 27$$
.

Autore: Guarda Luca, progettista meccanico presso SAVIO MACCHINE TESSILI SPA di Pordenone; ( indirizzo mail : l.guarda@libero.it ) .